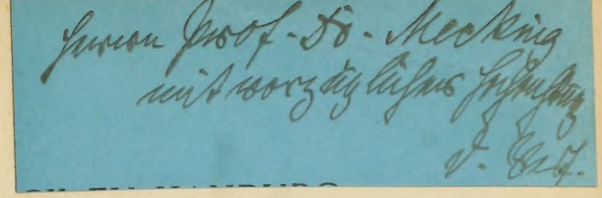
GC
231
T46

3 1761 07479069 2



G 7

REALSCHULE IN EILBECK ZU HAMBURG

Die Geschwindigkeit von Triftströmungen

(Zur Ekmanschen Theorie)

Von

DR. HERMANN THORADE
Oberlehrer an der Realschule in Eilbeck.

562686
7.5.53

Wissenschaftliche Beilage zum Jahresbericht der Realschule in Eilbeck.

HAMBURG 1913/14.
Gedruckt bei Lütcke & Wulff, E. H. Senates wie auch des Johanneums Buchdruckern.

Digitized by the Internet Archive
in 2010 with funding from
University of Toronto

http://www.archive.org/details/diegeschwindigke00thor

I. Die bisherige Entwicklung der Frage.

Ob der Wind imstande ist, Meeresströmungen zu erzeugen, darüber herrscht wohl gegenwärtig kein Zweifel; wenigstens die Äquatorialströme werden allgemein als eine Wirkung des Windes angesehen. Viel weniger Übereinstimmung herrscht darüber, wie groß die stromerzeugende Kraft des Windes ist. Im Laboratorium wird man diese Frage nicht beantworten können; denn die Bewegungen großer Wassermassen gehen unter Wirbeln vor sich, die Meerestiefe u. a. spielt eine wichtige Rolle, so daß Schlüsse von Experimenten in kleinen Wasserbehältern auf Vorgänge im Ozean nur mit großer Vorsicht gemacht werden können und quantitative Berechnungen kaum zulassen. Außerdem kommt praktisch nicht die Windgeschwindigkeit unmittelbar über der Meeresoberfläche, sondern die an Bord, also mehrere Meter darüber, geschätzte in Betracht, da die erstere der Messung nicht zugänglich ist.

Im folgenden soll die Abhängigkeit der Stromgeschwindigkeit von der Windgeschwindigkeit untersucht werden an der Hand der im Archiv der Deutschen Seewarte niedergelegten Beobachtungen, die mir in weitem Maße zugänglich waren durch das freundliche Entgegenkommen des Herrn Prof. Dr. Schott, dem ich dadurch zu warmem Danke verpflichtet bin. Unsere Untersuchung wird sich zuspitzen auf die Frage: **Welche Triftgeschwindigkeit erzeugt ein Wind von bestimmter Stärke?**

Mohn[1]) ist wohl der erste, der sich eingehender mit unserem Gegenstande beschäftigt hat. Er stellt sich die Aufgabe, aus der Luftdruckverteilung den Wind und aus diesem die Meeresströmungen des Ozeans zu berechnen. Um die Beziehung zwischen Wind und Strom zu finden, benutzt er die englischen „Quadrate“[2]). Das

[1]) H. Mohn, Nordhavets Dybder, Temperatur og Strømninger. Christiania 1887, (norw. und englisch) in: Den Norske Nordhavs-Expedition 1876—1878. S. 117 ff.

[2]) Charts of Met. Data for squares Lat. 0°—10° N, Long. 20°—30° W und Charts of Met. Dat. for nine ten degree squares Lat. 20° N—10° S, Long. 10°—40° W. Met. office, London.

untersuchte Gebiet enthält Teile des Nordäquatorial-, Südäquatorial- und des Guineastroms. Mohn sieht als reine Triftströmungen alle Strömungen an, die ganz oder nahezu mit der Windrichtung zusammenfallen, und erhält durch deren Aussonderung 658 Beobachtungen. Das in geeigneter Weise gebildete Mittel ergibt, daß einer Windstärke von 3,9 Beaufort eine Trift von 15 Sm im Etmal entspricht. Mohn setzt die Stromgeschwindigkeit der Windgeschwindigkeit proportional und erhält nach der damals vorhandenen Tabelle für die Umwandlung von Beaufortgraden in m/sec das Ergebnis: Ein Wind von 1 m/sec erzeugt einen Strom von 1,5 sm in 24 Stunden oder 3,2206 cm/sec.

Machen wir mit Mohn den Ansatz

$$s = \lambda v,$$

wo s die Stromgeschwindigkeit, und v die Windgeschwindigkeit bedeutet, so ist also nach Mohn $\lambda = 3{,}22$ ein konstanter Faktor. Wir nennen diesen Faktor im Folgenden der Kürze halber den „Windfaktor", unbeschadet späterer Ergebnisse, nach denen er möglicherweise von irgendwelchen Größen abhängt. Es soll ferner, wenn nichts hinzugefügt wird, s in cm/sec, v in m/sec gerechnet werden.

Mohn erörtert die Fehler seiner Methode und kommt zu dem Schluß, daß der Einfluß unbeachteter Dichtegradienten jedenfalls nicht den Fehler übersteige, der bei der Reduktion der Beaufortskala in m/sec begangen wird. Später haben Wegemann[1]) und Castens[2]) den Windfaktor Mohns verbessert mit Hilfe anderer Reduktionswerte der Beaufortskala. Castens verwendet zur Umrechnung die Köppenschen Werte[3]) und erhält als Windfaktor $\lambda = 4{,}94$. Doch weichen die von ihm mit diesem Wert nach der Mohnschen Theorie der Wind- und Dichtigkeitsfläche berechneten Werte von den beobachteten erheblich ab; Castens erklärt dies durch das starke Kompensationsbedürfnis an der betrachteten Stelle.

---

[1]) Wegemann, Die Oberflächenstr. d. nordatl. Ozeans usf. Aus dem Arch. d. Deutschen Seew., 1899, S. 13.

[2]) Castens, Unters. über die Strömungen des Atl. Ozeans. Diss. Kiel, 1905.

[3]) Köppen, Neuere Best. üb. d. Verh. zw. der Windgeschwindigkeit u. d. Beaufortskala. Aus dem Arch. d. Deutschen Seew., 21, Hamburg 1898, s. auch Krümmel, Handb. d. Ozeanographie, 2. Aufl., Stuttgart 1911, Bd. II, S. 70:

Bft.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
$\frac{m}{sec}$	1,7	3,1	4,8	6,7	8,8	10,7	12,9	15,4	18,0	(21,0)

Mit Mohns Ergebnis stimmt das von Gallé[1]) aus Strömungen des Indischen Ozeans berechnete $\lambda = 4{,}28$ und 4,54 verhältnismäßig gut überein.

Fast zur gleichen Zeit wie Mohn hat sich Dinklage[2]) mit unserer Frage befaßt. In jener Arbeit, die wohl zum ersten Male die Ablenkung der Strömungen durch die Erdrotation zahlenmäßig feststellt, gibt er nach 194 Beobachtungen des Feuerschiffs „Adlergrund“ folgende Tabelle:

Windstärke Bft.	0—2	2,5—3	3,5—4	4,5—5	5,5—6	6,5—7	7,5—8	8,5—9
Strom km. in 24^h, abgrdt.	3	5	7	10	13	15	18	21

Das gibt umgerechnet:

Windgeschw. $\frac{m}{sec}$ $v =$	1,7	4,4	6,2	8,3	10,4	12,4	14,8	17,4
Stromgeschw. $\frac{cm}{sec}$ $s =$	3,5	5,8	8,1	11,6	15,0	17,4	20,8	24,3
$\frac{s}{v} =$	(2,1)	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4

Lassen wir den ersten, offenbar unsicheren Wert fort, so ist also im Mittel der Windfaktor $\lambda = \mathbf{1{,}4}$.

Strömungen der Ostsee haben in neuerer Zeit auch das Material zu einer Untersuchung R. Wittings[3]) über unsere Frage geliefert; er verwertet 5693 Beobachtungen von Feuerschiffen nach der Methode der harmonischen Analyse. Dabei stellt sich eine Abweichung der Stromrichtung von der Windrichtung heraus, die zur Teilung der Beobachtungen in zwei Gruppen führt, 1. solcher von Feuerschiffen in der Nähe der Küste und, 2. solcher, die im freien Meere liegen. Dann ergibt sich folgende Tabelle:

Windstärke Beaufort		I	II	III	IV	V
Strom $\frac{cm}{sec}$	Gruppe 1	5,4	7,5	9,4	11,7	15,1
	Gruppe 2	5,4	7,2	9,1	11,1	15,0

Die Werte stimmen gut überein. Witting rechnet die Beaufortskala so um:

Beaufort	I	II	III	IV	V
$v \frac{m}{sec} =$	1	2	4	6	10

[1]) P. H. Gallé, Zur Kenntnis der Meeresströmungen. In: K. Ned. Met. Inst., Meded. en Verh. Nr. 102,9, Utrecht 1910. S. 24.

[2]) Dinklage, Die Oberflächenströmungen im südwestlichen Teile der Ostsee usf., Ann. d. Hydr. 1888, S. 14.

[3]) Witting, Zur Kenntnis des vom Winde erzeugten Oberflächenstroms Ann. d. Hydr. 1909, Bd. 37, S. 193 ff.

und setzt dann versuchsweise einmal $s = l\,v$, das andere Mal $s = k\sqrt{v}$; dann ergibt sich:

	k					l				
Beaufort	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V
Gruppe I ...	5,4	5,3	5,4	5,8	6,1	5,4	3,7	3,1	2,9	2,5
Gruppe II ...	5,4	5,1	5,2	5,5	6,1	5,4	3,6	3,0	2,8	2,5.

Die Zahlen sprechen für den Ansatz $s = k\sqrt{v}$, und Witting setzt daher $s = 4{,}8\sqrt{v}$. Die Resultate würden wenig geändert, wenn man statt der Windgeschwindigkeit selbst nur ihren Überschuß über die Stromgeschwindigkeit einführen würde. Bemerkenswert ist noch, daß Witting bei der Windstärke 3—4 B. eine sprunghafte Änderung der Stromgeschwindigkeit findet (s. ob. Tab.). Seine Ergebnisse scheinen ihm „mit Ekmans Triftstromtheorie nicht unvereinbar". Rechnet man die Wittingschen Zahlen mit Hilfe der Köppenschen Reduktionswerte der Beaufortskala (s. S. 4, Anm. 3) um, so erhält man folgendes:

		k					l				
Windstärke Bft.		I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V
Strom $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$	1. Gr.	4,2	4,3	4,3	4,5	5,1	3,2	2,4	2,0	1,7	1,7
	2. Gr.	4,2	4,1	4,2	4,3	5,1	3,2	2,3	1,9	1,7	1,7

Danach könnte man vermuten, die von Wittting bei Windstärke 3—4 gefundene Unstetigkeit bestände darin, daß von Windstärke 1—3 die Formel

$$s = k\sqrt{v}$$

und für Windstärken von 4 aufwärts die Formel

$$s = l \cdot v$$

den Beobachtungen am besten gerecht werde. Doch ist diese Deutung gänzlich von der Richtigkeit der Köppenschen Skala abhängig.

Man könnte gegen die Untersuchungen von Dinklage und Witting den Einwand erheben, daß in einem so eng begrenzten Meere wie in der Ostsee die Küsten den Verlauf der Triftströmungen in hohem Maße verändern müßten. Aber weder zeigen die Gruppen I und II Wittings erhebliche Unterschiede noch fand Dinklage eine derartige Einwirkung; er stellte vielmehr fest, daß die Küste sogar die Richtung der Strömungen auf dem „Adlergrund" kaum beeinflußt. Die gleichmäßige Berücksichtigung aller Windrichtungen sichert das Ergebnis auch gegen den Einwand, daß Dichteunterschiede die Triftströmungen von Grund aus ändern; folgt doch

z. B. nach Dinklage die Stromrichtung einer Änderung der Windrichtung fast augenblicklich (a. a. O. S. 16), eine Beobachtung, die auch von neueren Forschungen gestützt wird[1]). Daß dagegen Forch[2]) im Mittelländischen Meer einen verhältnismäßig großen Anteil der Dichteunterschiede bei den Strömungen fand, scheint wohl zum Teil daran zu liegen, daß einmal die Gradienten sehr groß sind und ferner der Wind sich nicht gleichmäßig auf alle Richtungen verteilt.

Von den genannten Forschungen weichen diejenigen Nansens[3]) weniger im Ergebnis als in der Methode ab. Nansen glaubt, Mohns Wert für λ wäre deshalb zu groß, weil alle von der Windrichtung abweichenden Strömungen ausgeschieden und infolgedessen die anderen stromerzeugenden Kräfte dann nicht gerechnet wären, wenn sie vom Winde abwichen, während sie fälschlich als Windkraft angesehen wären, wenn sie in derselben Richtung wirkten. Außerdem dürfe man nicht die Strömungen als Wirkung des nur an Ort und Stelle wehenden Windes ansehen.

Er untersucht die Trift der „Fram" 1893—1896 und unterscheidet genau die jeweilige Windtrift („winddrift") von einem dauernden Oberflächenstrom („permanent surface current"). Den Betrag des letzteren findet er, indem er die Trift der „Fram" in Zeiträume einteilt, während deren die Resultante sämtlicher Winde $= 0$ ist; da auch hier der Triftstrom rasch dem Winde folgt (a. a. O. S. 358), so muß dann auch die Resultante der Triftströmungen $= 0$ sein; nur könnte daran die Richtung der Küste oder fester Eisränder etwas ändern, so daß etwa die nördlichen Winde eine stärkere Wirkung hätten als andere; auch könnte die Ablenkung zwischen der Stromrichtung und der Windrichtung abhängig sein von der Windstärke, so daß trotz der Windresultante 0 die Triftstromresultante nicht $= 0$ wäre; oder, mathematisch gesprochen: Die Windvektoren würden ein geschlossenes Polygon bilden, die Triftvektoren dagegen nicht. Nansen untersucht beide Fehlerquellen und findet sie unwesentlich.

Der dauernde Oberflächenstrom, der sich so ergibt, nimmt

[1]) Brennecke, Oz. Arbeiten d. Deutschen Antarkt. Expedition. Ann. d. Hydr. 1913, S. 144.

[2]) Forch, Über die Beziehungen zwischen Wind und Strom im Mittelländischen Meer. Ann. d. Hydr. 1909, S. 435 ff.

[3]) Nansen, The oceanography of the North Polar Basin in: The Norwegian North Polar Expedition 1893—1896, Scientific Results, Bd. III. S. 357 ff.

von O nach W zu und steigt von 0.52 Sm bis auf 1.00 Sm im Etmal: seine Richtung ist fast immer dieselbe und kaum vom Winde beeinflußt, zugleich eine gewisse Gewähr für die Richtigkeit der angewandten Methode. Zieht man diesen dauernden Strom von dem jeweils beobachteten Gesamtstrom ab, so erhält man den Triftstrom. Legt man alle beobachteten Triftströme zugrunde, so ergibt sich unter der Annahme, daß der Triftstrom der Windgeschwindigkeit proportional ist:

Windgeschwindigkeit	0—2	2—4	> 4 $\frac{m}{sec}$
Triftstrom auf 1 $\frac{m}{sec}$ Windgeschw.	0.95	0.78	0.94 Sm im Etmal.

eine hinlängliche Übereinstimmung, um den Ansatz $\frac{s}{r} = \text{Const.}$ zu rechtfertigen (Genauer $s = cv^{1,096}$, a. a. O. S. 382 f.). Diese Konstante, die wir oben λ nannten, erhält einen etwas verschiedenen Wert, je nachdem, welche Beobachtungsperioden man zur Bildung des Mittels verwendet. Z. B. erhält Nansen für das erste Jahr 0.806 Sm, für das zweite 0.773 Sm und für das dritte 0.787 Sm, wenn immer kurze Perioden ähnlicher Triftverhältnisse zur Bildung des Mittels verwertet werden. Nimmt man das Mittel aus allen Mittelwerten, so erhält man 0.85 Sm im Etmal. Nach anderen Methoden ergaben sich 0.69 Sm/Etmal, oder für das erste Jahr 0.54, für das zweite 0.68 und für das dritte 1.19 Sm/Etmal.

Nansen legt sich dann die Frage vor, ob diese Ergebnisse auf andere Meeresteile anzuwenden sind; er berücksichtigt dabei einmal den Einfluß des Treibeises und zweitens den der geographischen Breite. Infolge der Unebenheiten der Eisfläche ist wahrscheinlich die Wirkung des Windes größer als über einer Wasserfläche; man denke an Gegenstände, die aus dem Wasser hervorragen und im Winde treiben. Andererseits meint er, daß das Eis der Bewegung mehr Widerstand entgegensetzt, so daß möglicherweise beide Wirkungen sich aufheben. Ferner setzt er die Triftstromgeschwindigkeit umgekehrt proportional zur Wurzel aus dem Sinus der Breite (ein Ansatz, auf den noch zurückzukommen sein wird), und findet so, daß einem Strome von 0.69 Sm/Etm. in 83° N-Br. ein solcher von 0.97 Sm Etm. in 30° N-Br. und von 1.65 Sm/Etm. in 10° N-Br. entsprechen würde usw. In $\frac{cm}{sec}$ umgerechnet ergibt sich:

Einem Triftstrom von

$$\left.\begin{array}{rccc} & 0{,}69 & 0.85 & 1.19\,\text{Sm Etm.} \\ \text{oder} & 1{,}48 & 1{,}82 & 2{,}55\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \end{array}\right\} \text{in } 83^\circ \text{ Br.}$$

entspricht in 30° Br. ein solcher von

$$2.08 \quad 2{,}57 \quad 3.60\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

und in 10° Br. ein solcher von

$$3.54 \quad 4.37 \quad 6.11\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Mit diesen letzteren Ergebnissen befinden wir uns jedoch bereits mitten in der Ekmanschen Theorie der Meeresströmungen.

Wir fassen die Ergebnisse unseres geschichtlichen Rückblicks zusammen, indem wir sie in unsere Schreib- und Ausdrucksweise übertragen:

Mohn setzt $s = \lambda r$ und findet aus den Strömungen zwischen 20° N-Br. und 10° S-Br. im Atlantischen Ozean $\lambda = 4.94\ \left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)$.

Dinklage berechnet aus den Beobachtungen des Feuerschiffs „Adlergrund“ $\lambda = 1{,}4$.

Gallé findet aus Strömungen des ganzen Indischen Ozeans $\lambda = 4.28$ und 4.54.

Witting setzt $s = k\sqrt{r}$ und erhält auf Grund der Beobachtungen von Feuerschiffen der nördlichen Ostsee $k = 4.8$ (oder mit den Köppenschen Reduktionswerten $k = 4.4$); bei Windstärke 3—4 treten sprunghafte Änderungen der Stromgeschwindigkeit auf.

Nansen setzt $s = \lambda r$; für λ ergeben sich die Werte 1,48; 1,82; 2.55 $\left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)$ je nach der Berechnungsweise des Mittels; theoretisch ist $\lambda \cdot \sqrt{\sin \varphi} = \text{Const.}$, wenn φ die geographische Breite bedeutet.

Die letztere Behauptung Nansens (und Ekmans, auf den Nansen sich stützt) bedarf einer Prüfung, wollen wir an eine Beantwortung unserer S. 3 aufgestellten ersten Frage nach dem Betrage der Windwirkung herangehen. Wir werden daher die zweite Frage hinzufügen:

Ist die Geschwindigkeit einer Winddrift abhängig von der geographischen Breite, wie es die Ekmansche Theorie verlangt?

II. Aus der Ekmanschen Theorie.

Bevor wir die Richtigkeit der Ekmanschen Theorie in diesem Punkte untersuchen, soll ein kurzer Bericht über denjenigen Teil der Theorie versucht werden, der für uns von Belang ist[1]). Ekman selbst hat zwar eine deutsche Bearbeitung seiner Theorie[2]) gegeben; aber sie setzt eine sehr tiefe logisch-physikalische Durchdringung des Stoffes voraus, weil sie auf die Hilfsmittel der höheren Mathematik verzichtet. Kein Geringerer als Krümmel hat daher dem Verfasser die Anregung gegeben, bei dieser Untersuchung eine deutsche Darstellung der streng mathematischen Theorie einzuflechten. Indem wir dies versuchen, werden wir gewisse bisher weniger beachtete Punkte der Theorie mehr in den Vordergrund rücken und manches gedrängter, manches aber ausführlicher bringen, wo Ekman die mathematische Behandlung nur andeutet.

1. Strömungen ohne äußere Kräfte.

Wir untersuchen den Fall, daß eine Meeresströmung keinen Kräften, sondern nur der Trägheit und der Erdrotation folgt. Die Wirkung der letzteren sehen wir an als diejenige einer auf die Masseneinheit wirkenden Kraft $= 2 v \omega \sin \varphi$[3]), wo v die Geschwindigkeit des Teilchens, ω die Winkelgeschwindigkeit der Erde ($= 0{,}0000729$) und φ die geographische Breite ist. Diese Kraft ist zu der Bahn des Wasserteilchens stets senkrecht gerichtet. Wenn sonst keine Kräfte wirken, auch keine Reibung, so wird die Bahn des Teilchens ein Kreis, etwa mit dem Radius r; dann ist die Zentrifugalkraft $= \frac{v^2}{r}$, die Zentripetalkraft $= 2 v \omega \sin \varphi$, also

$$\frac{v^2}{r} = 2 v \omega \sin \varphi ,$$

$$r = \frac{v}{2 \omega \sin \varphi} .$$

[1]) V. W. Ekman, On the influence of the earth's rotation on ocean-currents. In: Arkiv for Matematik, Astronomi och Fysik, K. Svensk. Vet. Ak. Stockholm 1905—1906, Bd. 2, Nr. 11.

[2]) V. W. Ekman, Beiträge zur Theorie der Meeresströmungen. Ann. d. Hydr. 1906, S. 423 ff.

[3]) H. Wagner, Lehrbuch der Geographie, Bd. 1, 8. Aufl., S. 152 f.

Sehen wir von einem schmalen Streifen zu beiden Seiten des Äquators ab, wo wegen $\varphi = 0$ die Betrachtung ungültig wird, so erhalten wir für r verhältnismäßig kleine Werte. In 5° Br. bei einem Äquatorialstrom von 30 Sm/Etmal ist $r = 5{,}07$ km; hat also der Wind die Strömung allein verursacht, und hört er auf, so beträgt die größte Entfernung, die ein Teilchen noch erreichen kann, $2r = 10{,}1$ km seitwärts. In höheren Breiten ist diese Entfernung noch viel kleiner, überdies wird durch die Reibung der Kreis in eine Spirale umgewandelt; der Weg, den ein Wasserteilchen ohne äußere Kräfte zurücklegt, verschwindet gegenüber den Dimensionen der Meeresströmungen, so daß wir sagen können:

Hört bei einer Winddrift der Wind auf, so verschwindet die Strömung, praktisch genommen, fast sogleich.

2. Die beiden Probleme Ekmans.

Ekman betont, man dürfe in der theoretischen Betrachtung der Meeresströmungen keine Ursache vernachlässigen oder einseitig in den Vordergrund stellen; sondern man müsse alle berücksichtigen. Da aber dann die Gleichungen sehr verwickelt werden, beschränkt er sich auf stationäre Strömungen, zunächst in homogenem Wasser, und stellt zwei typische ideale Probleme auf, die sich wegen ihrer einfachen Grenzbedingungen quantitativ durchrechnen lassen. Die Betrachtung anderer Fälle ist nur qualitativ.

Das Problem a behandelt die Strömungen eines unendlich ausgedehnten Meeres längs einer unendlich langen geraden Küste, wenn überall ein Wind von gleicher Richtung und Stärke weht. Dann wird im allgemeinen der Wind das Wasser gegen die Küste hin oder von ihr fort treiben und so ein Druckgefälle hervorrufen. Das Problem zerfällt also in zwei Unteraufgaben: 1. Reine Triftströme, 2. Stauströme.

Das Problem b hat die Strömungen in einem ringseingeschlossenen Meere bei homogenem (überall gleichgerichtetem und gleichstarkem) Winde zum Gegenstand.

3. Reine Triftströme im allseitig unendlichen Ozean.

Wir nehmen an, über einem allerseits unendlich ausgedehnten, unendlich tiefen Ozean wehe ein Wind von überall gleicher Richtung und Stärke; Druckunterschiede sollen nicht vorhanden sein und werden vom Winde wegen der unendlichen Ausdehnung des Ozeans

nicht erzeugt; die Reibungskraft, mit der ein Wasserteilchen auf ein benachbartes wirkt, sei ihrem Geschwindigkeitsunterschiede proportional. Allerdings wird die Übertragung der Bewegung von einer Schicht auf die darunter liegende nicht nur durch die molekulare innere Reibung bewerkstelligt, sondern die gleichzeitig auftretenden unregelmäßigen Wirbelbewegungen wirken auch mit. Verteilen diese sich aber, nur dem Zufall folgend, über ein großes Meeresgebiet, so werden sie gleichmäßig wirken und in ihrer Wirkung einer Verstärkung der inneren Reibung d. i. einer Vergrößerung des Reibungskoeffizienten μ gleichkommen. Diesen vorläufig unbekannten Wert von μ nennt Ekman den „virtuellen Reibungskoeffizienten".

Bedeuten u, v, w die Geschwindigkeitskomponenten nach x, y, z; X, Y, Z die Kraftkomponenten der äußeren Kräfte für die Masseneinheit, ϱ die Dichte, p den Druck, μ den Reibungskoeffizienten und t die Zeit, so lauten die hydrodynamischen Grundgleichungen in der Eulerschen Form:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = X - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\varrho}\Delta u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = Y - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\varrho}\Delta v$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = Z - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\varrho}\Delta w$$

Dazu als Bedingung für die Inkompressibilität:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Unter den obigen Voraussetzungen muß jede wagerechte Schicht sich überall gleich bewegen; die Bewegung des Wassers gleicht der eines Stapels dünner Scheiben; rechnen wir also z senkrecht nach unten, x nach rechts und y von uns weg, so sind die Geschwindigkeiten nur von z abhängig, also

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \text{ identisch.}$$

ebenso $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0$, und nach der letzten Gleichung $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$, also $w = \text{const.}$, da es auch nicht von x und y abhängt, und daher $w = 0$: die vorletzte Gleichung kommt für die Bewegung nicht mehr in Betracht, und die beiden ersten lauten jetzt:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = X - \frac{\mu}{q}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} = Y - \frac{\mu}{q}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

Die Kraft der Erdrotation (s. S. 10) hat die Komponenten (auf der nördlichen Halbkugel)

$$X = 2v\omega\sin\varphi, \quad Y = -2u\omega\sin\varphi$$

mit den dort angegebenen Bezeichnungen. Also haben wir:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= 2v\omega\sin\varphi + \frac{\mu}{q}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -2u\omega\sin\varphi + \frac{\mu}{q}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\end{aligned}\right\} (1)$$

Nehmen wir an, der stationäre Zustand sei erreicht, so verschwinden $\frac{\partial u}{\partial t}$ und $\frac{\partial v}{\partial t}$ identisch, und es ist, wenn

$$+\sqrt{\frac{q\omega\sin\varphi}{\mu}} = a \text{ gesetzt wird,}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2 u}{dz^2} + 2a^2 v &= 0\\ \frac{d^2 v}{dz^2} - 2a^2 u &= 0,\end{aligned}\right\} (2)$$

da nunmehr z die einzige unabhängige Veränderliche ist. Daraus folgt:

$$\frac{d^4 u}{dz^4} + 2a^2\frac{d^2 v}{dz^2} = 0, \text{ oder nach der zweiten Gleichung:}$$

$$\frac{d^4 u}{dz^4} + 4a^4 u = 0;$$

der Ansatz $u = e^{\lambda z}$ liefert

$$\lambda^4 = -4a^4,$$
$$\lambda = \pm a(1 \pm \mathrm{i}).$$

Somit ist, wenn c_1, c_2, c_3, c_4 willkürliche Konstanten bedeuten,

$$u = c_1 e^{az(1+i)} + c_2 e^{az(1-i)} + c_3 e^{-az(1+i)} + c_4 e^{-az(1-i)}$$

Da u für $z = \infty$ endlich bleiben muß, folgt $c_1 = c_2 = 0$,

$$u = e^{-az}\left(c_3 e^{-iaz} + c_4 e^{iaz}\right),$$

$$u = A e^{-az}\cdot\cos(az + \alpha)$$

mit den noch zu bestimmenden Konstanten A und α; nach der ersten Gleichung ist

$$v = -\frac{1}{2a^2}\frac{d^2u}{dz^2}, \text{ also}$$

$$v = -Ae^{-\alpha z}\sin(\alpha z - \alpha).$$

Wir nehmen an, daß der Wind in der Richtung der positiven y-Achse weht, und nennen seinen Tangentialdruck T, so muß sein:

$$\mu\left(\frac{du}{dz}\right)_{z=0} = 0, \qquad -\mu\left(\frac{dv}{dz}\right)_{z=0} = T;$$

wir haben

$$\frac{du}{dz} = -A\alpha e^{-\alpha z}\left\{\cos(\alpha z - \alpha) + \sin(\alpha z - \alpha)\right\},$$

also für $z = 0$

$$\cos\alpha = -\sin\alpha, \quad \alpha = -45°,$$

somit

$$-\mu\left(\frac{dv}{dz}\right)_{z=0} = \mu A\alpha(\cos 45° + \sin 45°) = \mu A\alpha\sqrt{2},$$

$$T = \mu A\alpha\sqrt{2};$$

für $z = 0$ ist ferner $A^2 = u^2 + v^2$, also A die absolute Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche, die wir mit V_0 bezeichnen wollen. Damit wird endlich:

$$V_0 = \frac{T}{\alpha\mu\sqrt{2}} = \frac{T}{2\mu q\omega\sin q},$$

$$u = V_0 e^{-\alpha z}\cos(45° - \alpha z),$$

$$v = V_0 e^{-\alpha z}\sin(45° - \alpha z).$$

In Worten: *1. Der reine Triftstrom ist an der Oberfläche (auf der nördlichen Halbkugel) 45° nach rechts vom Winde abgelenkt. 2. Die Ablenkung wächst proportional der Tiefe, die Stromgeschwindigkeit nimmt mit zunehmender Tiefe in geometrischer Reihe ab.*

Die Wirkung des Windes reicht daher nur in sehr beschränkte Tiefen: das erscheint verständlich, wenn man bedenkt, daß jede tieferliegende Wasserschicht ihre Bewegung durch die darüberliegende erhält und außerdem durch die Erdrotation abgelenkt wird: dadurch wirken die tieferliegenden Wasserschichten immer mehr hemmend auf die oberen zurück. In der Tiefe $z = \frac{\pi}{\alpha}$ ist bereits

$$u = V_0 e^{-\pi} \cos(-135°)$$
$$v = V_0 e^{-\pi} \sin(-135°);$$

hier hat sich die Stromrichtung um 180° gedreht, so daß sie der Oberflächenströmung entgegengesetzt ist; ihre Geschwindigkeit ist

$$\sqrt{u^2 + v^2} = V_0 e^{-\pi},$$

also nur gleich dem $e^{-\pi}$ oder $\frac{1}{23}$fachen der Oberflächengeschwindigkeit, d. i. praktisch zu vernachlässigen: Ekman nennt diese Tiefe des Triftstroms die **Reibungstiefe** D. Es ist also

$$D = \frac{\pi}{a} = \pi \sqrt{\frac{\mu}{\varrho \omega \sin \varphi}}.$$

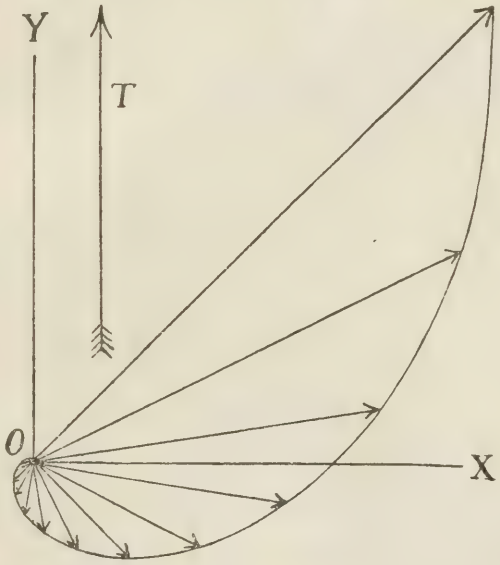


Fig. 1.

Die Pfeile in Fig. 1, die wir, wie die folgenden Figuren, Ekmans Abhandlungen entnehmen, veranschaulichen die Stromgeschwindigkeiten in den Tiefen $z = 0$, $z = 0{,}1D$, $z = 0{,}2D$ . . . .

Nennen wir die x-Komponente der Gesamtströmung S_x, die y-Komponente S_y, so ist

$$S_x = \int_0^\infty u \, dz = \frac{V_0}{2a} \sqrt{2} = \frac{V_0 D}{\pi \sqrt{2}} = \frac{T}{2 \varrho \omega \sin \varphi}$$
$$S_y = \int_0^\infty v \, dz = 0.$$

In Worten: *Die mittlere Stromrichtung (Bewegung des Schwerpunkts) liegt 90° rechts vom Winde (auf der nördlichen Halbkugel).*

Der Sinn dieses Satzes liegt darin: Wenn die Strömung stationär ist, so müssen alle wirkenden Kräfte im Gleichgewicht sein: die Resultierende der Reibungskräfte, die die Bewegung verursachen, d. i. der Winddruck T, muß daher zur Resultierenden der Ablenkungskräfte gleich und entgegengesetzt sein, da sonst keine Kräfte vorhanden sind. Die Bewegungsresultante kann daher nur senkrecht zum Winde liegen.

4. Einige der bisherigen Voraussetzungen können fallen.

a) Endliche Tiefe.

Wenn die Meerestiefe nicht unendlich groß, sondern etwa $= d$ ist, so ist zu den beiden Differentialgleichungen (2) S. 13 die Grenzbedingung hinzuzufügen:

$$u + ir = 0 \text{ für } z = d.$$

Dann ist

$$u = A \operatorname{Sinh} a(d-z)\cos a(d-z) - B \operatorname{Cosh} a(d-z)\sin a(d-z)$$
$$r = A \operatorname{Cosh} a(d-z)\sin a(d-z) + B \operatorname{Sinh} a(d-z)\cos a(d-z),$$

wo

$$A = \frac{TD}{\mu\pi}\,\frac{\operatorname{Cosh} ad\cos ad + \operatorname{Sinh} ad\sin ad}{\operatorname{Cosh} 2ad - \cos 2ad}.$$

$$B = \frac{TD}{\mu\pi}\,\frac{\operatorname{Cosh} ad\cos ad - \operatorname{Sinh} ad\sin ad}{\operatorname{Cosh} 2ad + \cos 2ad}.$$

Der Ablenkungswinkel α der Oberflächenströmung ist zu berechnen aus

$$tg\,\alpha = \left(\frac{u}{r}\right)_{z=o} = \frac{\operatorname{Sinh} 2ad - \sin 2ad}{\operatorname{Sinh} 2ad + \sin 2ad}.$$

α wird also kleiner oder größer als 45° sein können. Doch zeigen die von Ekman für verschiedene Werte von $2ad = 2\pi\frac{d}{D}$ analog Fig. 1 gezeichneten Kurven[1]), daß bei einer Meerestiefe $d = 1\frac{1}{4}D$ die Abweichungen praktisch kaum in Betracht kommen dürften. Von $d = \frac{1}{4}D$ abwärts nehmen dagegen Ablenkung und Geschwindigkeit des Oberflächenstroms schnell ab:

[1]) Vgl. außer Ekman a. a. O. auch Krümmel, Hdb. d. Ozeanogr., II, 2. Aufl. 1911, S. 463.

bei $d = \frac{1}{10} D$ fällt er fast in die Windrichtung und ist nicht mehr halb so schnell wie bei unendlicher Tiefe.

b) Anderes Reibungsgesetz.

Wenn man die vielleicht den Tatsachen besser entsprechende Annahme macht, daß die Reibungskraft zwischen den Wasserschichten nicht den Geschwindigkeitsunterschieden, sondern ihrem Quadrate proportional ist, so sind die Differentialgleichungen nicht mehr linear: die Integration wird verwickelter, gibt aber nur wenig abweichende Lösungen: der für die Praxis einzig wichtige Unterschied besteht darin, daß die Ablenkung des Oberflächenstroms 49.1° beträgt; die Abnahme und Drehung mit zunehmender Tiefe bleibt fast unverändert.

Ergebnis: *Die Voraussetzungen 1. eines unendlich tiefen Meeres, 2. einer Reibungskraft proportional zu den Geschwindigkeitsunterschieden sind praktisch unnötig: zu 1. genügt es, die Tiefe größer als $\frac{5}{4} D$ vorauszusetzen.*

Wesentliche Voraussetzungen bleiben: 1. ein nach allen Himmelsrichtungen unendlicher Ozean, 2. ein überall gleichgerichteter und gleichstarker Wind.

Von der ersten Voraussetzung werden wir uns im Folgenden freimachen.

5. Reine Stauströme.

Wir nehmen an, in einem allseitig unendlichen Ozean von homogenem Wasser und der Tiefe d herrsche ein überall gleiches Druckgefälle in gleicher Richtung, das durch eine Neigung der Oberfläche um den Winkel γ hervorgerufen ist; Wind soll nicht vorhanden sein. Legen wir die y-Achse in die Richtung des Druckgefälles und rechnen z positiv nach unten, x rechts von y, so ist, wenn g die Beschleunigung der Schwere bedeutet, in (1) S. 13 die Kraft hinzuzufügen:

$$X = 0, \quad Y = g \sin \gamma.$$

Rechnen wir wieder mit stationären Zuständen, so ist

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 u}{d z^2} + 2 a^2 v &= 0 \\ \frac{d^2 v}{d z^2} - 2 a^2 u + \frac{\varrho g \sin \gamma}{\mu} &= 0, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Gleichungen die durch $u = u_1 + \frac{qg\sin\gamma}{2a^2\mu}$ in (2) S. 13 übergehen: also

$$u = \frac{qg\sin\gamma}{2a^2\mu} = c_1 e^{az(1+i)} + c_2 e^{az(1-i)} + c_3 e^{-az(1+i)} + c_4 e^{-az(1-i)}$$

oder

$$u = Ae^{az}\cos(az + \alpha) + Be^{-az}\cos(az + \beta) + \frac{qg\sin\gamma}{2a^2\mu},$$

und daraus nach der ersten Differentialgleichung

$$v = Ae^{az}\sin(az + \alpha) - Be^{-az}\sin(az + \beta).$$

Da an der Oberfläche keine Kraft herrscht, so ist für $z = 0$

$$\mu\frac{du}{dz} - \mu\frac{dv}{dz} = 0: \text{ also}$$

$$A\cos\alpha - A\sin\alpha - B\cos\beta - B\sin\beta = 0$$
$$A\cos\alpha + A\sin\alpha - B\cos\beta + B\sin\beta = 0.$$

$$A\cos\alpha = B\cos\beta$$
$$A\sin\alpha = B\sin\beta$$
$$A = B = \tfrac{1}{2}C,$$
$$\alpha = \beta, \text{ also}$$

$$\left.\begin{aligned} u &= C\left(\operatorname{Cosh}az\cos az\cos\alpha - \operatorname{Sinh}az\sin az\sin\alpha\right) + \frac{g\sin\gamma}{2\omega\sin\varphi} \\ v &= C\left(\operatorname{Cosh}az\cos az\sin\alpha + \operatorname{Sinh}az\sin az\cos\alpha\right). \end{aligned}\right\} \text{(a)}$$

Für $z = d$ ist $u = v = 0$, also

$$C\sin\alpha = -\frac{g\sin\gamma}{\omega\sin\varphi}\cdot\frac{\operatorname{Sinh}ad\sin ad}{\operatorname{Cosh}2ad - \cos 2ad}$$

$$C\cos\alpha = -\frac{g\sin\gamma}{\omega\sin\varphi}\cdot\frac{\operatorname{Cosh}ad\cos ad}{\operatorname{Cosh}2ad + \cos 2ad},$$

was man leicht erhält, wenn man die Gleichungen für $u = 0$, $v = 0$ nach $C\sin\alpha$ und $C\cos\alpha$ auflöst und beachtet, daß

$\operatorname{Cosh}^2 ad\cos^2 ad - \operatorname{Sinh}^2 ad\sin^2 ad = \frac{1}{2}\operatorname{Cosh}2ad + \frac{1}{2}\cos 2ad$ ist: letzteres folgt durch Einsetzen von

$$\operatorname{Cosh}x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \text{ usw.}$$

sofort. Benutzt man

$$\operatorname{Cosh}x\operatorname{Cosh}y = \tfrac{1}{2}(\operatorname{Cosh}[x+y] + \operatorname{Cosh}[x-y]) \text{ usw.},$$

so wird endlich

$$u = \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi}\,\frac{\mathrm{Cosh}\,a(d+z)\cos a(d-z) - \mathrm{Cosh}\,a(d-z)\cos a(d+z)}{\mathrm{Cosh}\,2ad - \cos 2ad} - \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi}$$

$$v = + \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi}\,\frac{\mathrm{Sinh}\,a(d+z)\sin a(d-z) + \mathrm{Sinh}\,a(d-z)\sin a(d+z)}{\mathrm{Cosh}\,2ad - \cos 2ad} \qquad \text{(b)}$$

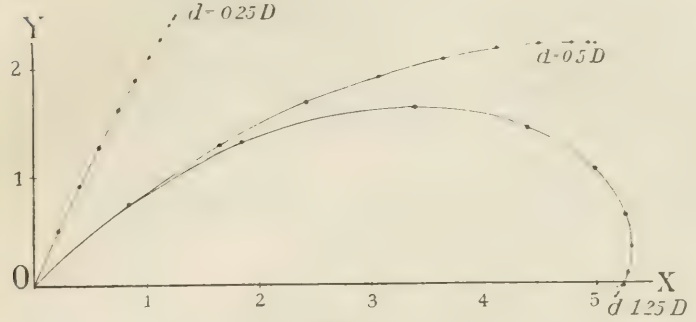


Fig. 2.

Fig. 2 gibt nach Ekman die Geschwindigkeitskurven für verschiedene d, vom Boden aufwärts. Die Pfeile sind nach den bezeichneten Punkten zu ziehen. Ist $\frac{d}{D} = 1.25$, so ist das Bild der Strömung praktisch dasselbe wie für sehr große d:

Der am Boden 45° nach rechts vom Gradienten abgelenkte Strom wird bis zur Höhe D über dem Meeresboden mehr abgelenkt bis zu 90° nach rechts. Von hier bis zur Meeresoberfläche strömt das Wasser 90° rechts vom Gradienten.

(Dies Ergebnis entspricht einer in der Meteorologie bekannten Erfahrung über Luftströmungen.)

Wir unterscheiden mit Ekman vom Meeresboden bis zur Höhe D darüber den **Bodenstrom** und darüber den gleichförmigen **Tiefenstrom**. Die Geschwindigkeit des letzteren berechnen wir, wenn wir in den Lösungen für u und v (S. 18 oben) $z = 0$, $d = \infty$ setzen:

$$u_0 = \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi}, \quad v_0 = 0.$$

Wir berechnen noch die Gesamtströmung in der x- und y-Richtung:

$$S_x = \int_0^d u\,dz = \int_0^d \left(\frac{1}{2a^2} \frac{d^2 v}{dz^2} + \frac{g g \sin\gamma}{2a^2 \mu} \right) dz$$

$$S_y = \int_0^d v\,dz = \int_0^d \left(\quad \frac{1}{2a^2} \frac{d^2 u}{dz^2} \right) dz, \text{ und erhalten}$$

$$S_x = \left[\frac{1}{2a^2} \frac{dv}{dz} + \frac{g z \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi} \right]_0^d,$$

$$S_y = \left[- \frac{\mu}{2g\omega \sin\varphi} \frac{du}{dz} \right]_0^d;$$

$$S_x = \frac{g d \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi} - \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi} \frac{\mathrm{Sinh}\,2ad + \sin 2ad}{2a(\mathrm{Cosh}\,2ad + \cos 2ad)},$$

und wegen $D = \frac{\pi}{a}$.

$$S_x = \frac{Dg \sin\gamma}{4\pi\omega \sin\varphi} \left(2ad - \frac{\mathrm{Sinh}\,2ad + \sin 2ad}{\mathrm{Cosh}\,2ad + \cos 2ad} \right), \text{ ebenso}$$

$$S_y = \frac{Dg \sin\gamma}{4\pi\omega \sin\varphi} \cdot \frac{\mathrm{Sinh}\,2ad + \sin 2ad}{\mathrm{Cosh}\,2ad - \cos 2ad}.$$

S_y, die Strommenge in der Gefällsrichtung, nähert sich mit wachsendem d dem Wert $\frac{Dg \sin\gamma}{4\pi\omega \sin\varphi}$, während S_x annähernd proportional mit d wächst.

6. Ekmans Problem a.

Während den bisherigen Teilproblemen keine wirkliche Strömung im Ozean entspricht, nähern wir uns mit Ekmans Problem a der Wirklichkeit.

Wir untersuchen die Strömungen an einer unendlich langen geraden Küste in unendlich ausgedehntem, überall gleich tiefem Ozean bei überall gleichem Winde, und nehmen an, der stationäre Zustand sei erreicht. Der Wind wird dann ein Stangefälle senkrecht zur Küste hervorgerufen haben, und dadurch werden zunächst Ströme der in Nr. 5 geschilderten Art entstehen:

1. Ein **Bodenstrom** vom Meeresboden bis zur Höhe D darüber, 45°—90° rechts vom Gradienten abgelenkt,

2. ein gleichförmiger **Tiefenstrom** von der Höhe D aufwärts,

senkrecht zum Gradienten, also parallel zur Küste. Wäre der Wind nicht vorhanden, so würde dieser Tiefenstrom bis zur Oberfläche reichen; jetzt kommt der vom Winde erzeugte Triftstrom hinzu, der von der Oberfläche bis in die Tiefe D reicht; er ist zu dem Tiefenstrom nach dem Satz vom Bewegungsparallelogramm zu addieren, um das Strombild zu vervollständigen. Wir haben also

3. einen **Oberflächenstrom,** rechts vom Winde, von der Meeresoberfläche bis zur Tiefe D.

Soll die Strömung stationär sein, so muß der Staustrom so viel Wasser von der Küste weg befördern wie der Triftstrom hintreibt; danach bemißt sich die Größe des Anstaus.

An einer Küste reicht also die Wirkung des Windes bis zum Meeresboden.

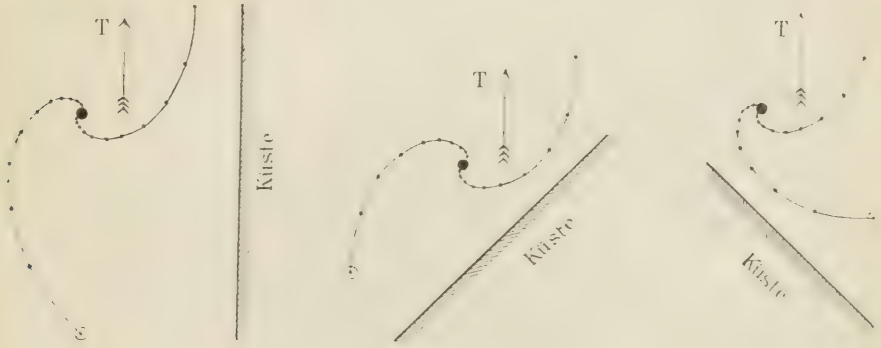


Fig. 3.

Bem.: Die Meerestiefe ist als unendlich angenommen. Die Geschwindigkeitspfeile sind vom Kreise (Meeresboden) nach den Punkten der Kurve zu ziehen. Der erste Teil bezieht sich auf den Bodenstrom (Mächtigkeit D_1), der zweite auf den Oberflächenstrom (Mächtigkeit D_2), der Punkt dazwischen auf den Tiefenstrom.

Zur Berechnung der Strömung müssen wir so verfahren: Wir legen die x-Achse parallel der Küste; dann ist der Staustrom durch Lösung (*b*) S. 19 gegeben; zu diesen u und v ist die Lösung S. 14 für Triftströme hinzuzufügen, nachdem sie auf das neue Koordinatensystem transformiert ist; wir berechnen die Gesamtstrommenge S_y senkrecht zur Küste und setzen sie $= 0$; daraus ergibt sich γ. Die zahlreichen von Ekman hierzu entworfenen Hodographen findet man außer in Ekmans Abhandlungen auch in Krümmels Handbuch der Ozeanographie[1]). Ist die Meerestiefe $d = \infty$, so vereinfachen sich die Formeln (s. Fig. 3). Der gesamte Triftstrom

[1]) Bd. II, 2. Aufl., S. 531.

ist dann (S. 15 f.) senkrecht zum Winde gerichtet, und die Strommenge ist $\frac{V_0 D}{\pi\sqrt{2}}$. Bildet der Wind mit der Küste den Winkel β, so ist der Anstau senkrecht zur Küste $\frac{V_0 D}{\pi\sqrt{2}} \cos\beta$. Diese Masse muß gleich der vom Staustrom beförderten sein, also (S. 20)

$$\frac{V_0 D}{\pi\sqrt{2}} \cos\beta = \frac{D g \sin\gamma}{4\pi\omega \sin\varphi};$$

wir fanden S. 19 die Geschwindigkeit des Tiefenstroms

$$v_0 = \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi}, \text{ also}$$

$$\frac{V_0 D}{\pi\sqrt{2}} \cos\beta = \frac{D}{2\pi} \cdot v_0,$$

$$v_0 = V_0 \sqrt{2} \cos\beta.$$

Daraus erhält Ekman folgende zeichnerische Darstellung des Oberflächenstroms (Fig. 4):

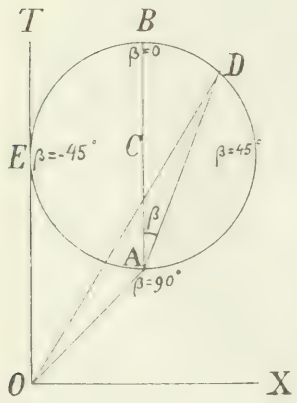


Fig. 4.

Wir tragen an die y-Achse einen Winkel von 45° an und machen den freien Schenkel $OA = V_0$, der Geschwindigkeit des reinen Triftstroms, ziehen durch A die Parallele zur y-Achse und errichten über ihr als Durchmesser den Kreis, der durch A geht und die y-Achse berührt. Ziehen wir AB parallel zur Küste, so ist:

$$AC = 2AM = V_0\sqrt{2},$$

$$AB = V_0\sqrt{2}\cos\beta = v_0$$

der zur Küste parallele Tiefenstrom, also OB der resultierende Oberflächenstrom.

7. Ekmans Problem b.

Als zweites Problem behandelt Ekman die Strömungen eines geschlossenen Meeres von konstanter Tiefe d, über dem ein überall an Richtung und Stärke gleicher Wind weht; die entstehenden Wind- und Staustrōmungen werden einen stationären Zustand erreicht haben, wenn die Gesamtstrommenge S für jede beliebige Richtung 0 ist. Aus den Lösungen der beiden ersten Aufgaben (Nr. 3

und 5), die dieser Bedingung entsprechend zusammengefügt werden, erhält Ekman das in Fig. 5 angegebene Ergebnis.

In hinreichend tiefem Wasser ist also die Triftströmung der eines freien Ozeans sehr ähnlich, während Tiefen- und Bodenstrom sehr gering sind. Die Pfeile geben die Richtung des Staugefälles.

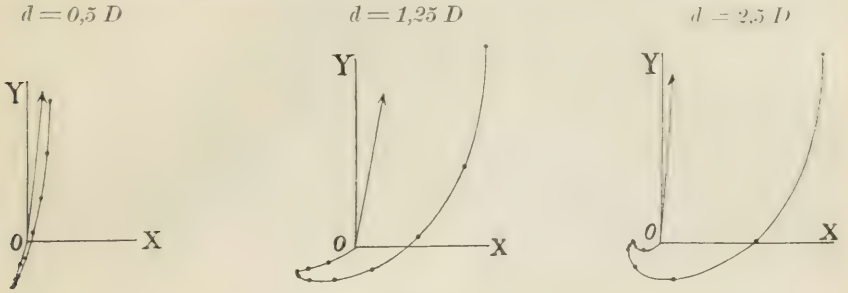


Fig. 5.

Die Geschwindigkeitspfeile sind von O (Meeresboden) nach den Punkten der Kurven zu ziehen.

wenn der Wind in der Richtung $+ y$ weht: der Gradient ist also der Richtung nach fast unabhängig von der Erdrotation; seine Größe wird um so mehr herabgedrückt, je tiefer das Meer ist, für $d = \infty$ bis auf $\frac{2}{3}$.

8. Die Entwicklung des stationären Zustandes aus dem Ruhezustande.

Allen bisherigen Ergebnissen haftet die Voraussetzung an, daß der stationäre Zustand erreicht ist, eine Bedingung, die die Tragweite der Resultate stark herabmindern würde, wenn wirklich, wie die ältere Zöppritzsche Theorie es verlangte, zur Entwicklung einer Meeresströmung Jahrhunderte, ja, geologische Zeiträume notwendig wären. Besonders wichtig wird die Frage, wie lange Zeit bis zur Ausbildung des stationären Zustandes vergeht, für den Fall des Problems a, das auch den später folgenden Untersuchungen als Grundlage dient.

a) Reine Triftströme.

Wir nehmen wie in Nr. 3 an, über einem bisher ruhenden, allseitig unendlich ausgedehnten und unendlich tiefen ruhenden Ozean beginne plötzlich ein überall gleich starker und gleich gerichteter Wind zu wehen, der in der $- y$-Richtung den Tangentialdruck T ausübt, so ist [s. S. 13, (1)]

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= 2v\omega\sin\varphi + \frac{\mu}{\varrho}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\\ \frac{\partial v}{\partial t} &= 2u\omega\sin\varphi + \frac{\mu}{\varrho}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\end{aligned}\right\} (1)$$

mit den Randbedingungen

$$\left.\begin{aligned}u &= 0\\ v &= 0\end{aligned}\right\} \text{für } t = 0. \qquad \left.\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial z} &= 0\\ \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{T}{\mu}\end{aligned}\right\} \text{für } z = 0.$$

Die Meerestiefe sei unendlich groß. Die Lösungen dieser Gleichungen, die Ekman von Fredholm zur Verfügung gestellt wurden, lauten:

$$u = \frac{\pi T}{\varrho D}\int_0^\tau \frac{\sin 2\pi\zeta}{\sqrt{\zeta}}\, e^{-\frac{\pi z^2}{4D^2\zeta}}\, d\zeta$$

$$v = \frac{\pi T}{\varrho D\omega\sin\varphi}\int_0^\tau \frac{\cos 2\pi\zeta}{\sqrt{\zeta}}\, e^{-\frac{\pi z^2}{4D^2\zeta}}\, d\zeta,$$

wo $\tau = t\cdot\frac{2\omega\sin\varphi}{\pi}$ ist.

Die Richtigkeit der Formeln erkennt man, wenn man $2v\omega\sin\varphi$ und $2u\omega\sin\varphi$ durch Integration nach Teilen berechnet und in die Gleichungen (1) einsetzt. Die Randbedingungen sind ebenfalls erfüllt: für $t = 0$ ist $u = v = 0$, und $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ für $z = 0$, wie man leicht sieht. Endlich ist

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\pi^2 T}{2D^3\varrho\omega\sin\varphi}\int_0^\tau \frac{z\cos 2\pi\zeta}{\zeta\sqrt{\zeta}}\, e^{-\frac{\pi z^2}{4D^2\zeta}}\, d\zeta.$$

Nun ist für $\varepsilon > 0$, $z = 0$

$$\int_\varepsilon^\tau \frac{z\cos 2\pi\zeta}{\zeta\sqrt{\zeta}}\, e^{-\frac{\pi z^2}{4D^2\zeta}}\, d\zeta = 0,$$

also brauchen wir in obigem Ausdruck nur die Werte für ζ nahe

an 0 zu nehmen und können $\cos 2\pi\zeta$ durch 1 ersetzen. Setzen wir noch

$$\zeta = \frac{z^2}{x}, \quad d\zeta = \frac{z^2}{x^2}\, dx,$$

so ist

$$\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0} = -\frac{x^2 T}{2D^3 q\,\omega \sin\varphi} \int_0^\infty e^{-\frac{\pi x}{4D^2}} \frac{dx}{\sqrt{x}} = -\frac{T}{\mu}.$$

Die angegebenen Lösungen genügen also den Grenzbedingungen und den Gleichungen. Die Zeit ist ausgedrückt in Einheiten, die am Pol 12 Stunden, in anderen Breiten $\frac{12}{\sin\varphi}$ Stunden betragen (halbe „Pendeltage“ = der Zeit einer Umdrehung des Foucaultschen Pendels

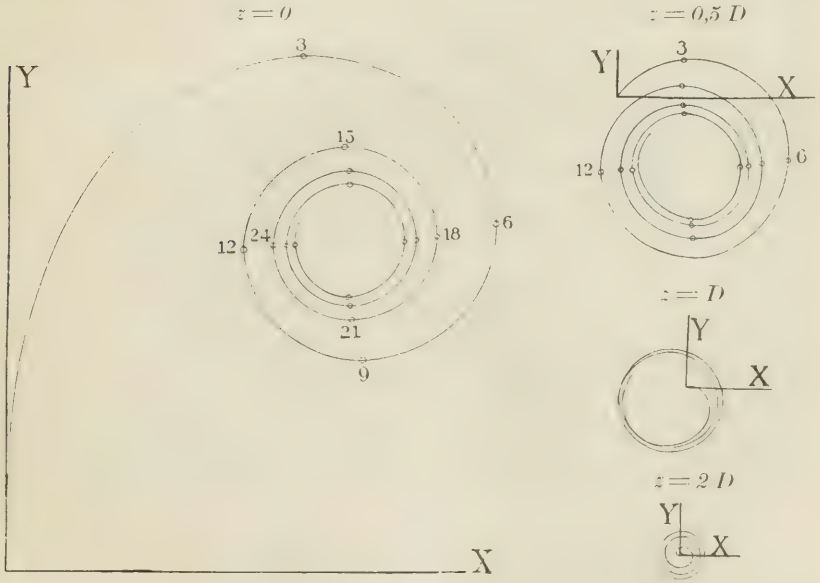


Fig. 6.

um 180°). Fig. 6 zeigt nach Ekman den Lauf, den die Spitze des Geschwindigkeitspfeils in Fig. 1 beschreibt, wenn der Strom allmählich entsteht. Die beigesetzten Zahlen bedeuten Pendelstunden. Während also an der Oberfläche die Abweichungen vom stationären Zustand schon nach wenigen Stunden gering sind, abgesehen von der unmittelbaren Umgebung des Äquators, wo

stationäre Ströme unmöglich sind, haben wir in der Tiefe ein fast fortdauerndes Umlaufen des Stromes: aber die Stromgeschwindigkeit ist nur klein.

Praktisch folgt also der Strom dem Winde sogleich, zumal wir in Nr. 1, S. 11, fanden, daß der vorhergehende Triftstrom mit der Windänderung sogleich verschwindet.

b. Reine Stauströme.

Wir lassen die Voraussetzung stationärer Zustände in Nr. 5 fallen, behalten die anderen aber bei und nehmen an, es wirke plötzlich ein Gradient $g \sin\gamma$, so ist

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2r\omega \sin\varphi - \frac{\mu}{q} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = -2u\omega \sin\varphi + g \sin\gamma - \frac{\mu}{q} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}.$$

Die Integration dieser Gleichungen ist der Analysis noch nicht geglückt. Um dennoch einen Einblick in die Entwicklung des stationären Zustandes zu gewinnen, vernachlässigen wir zunächst die Reibung und haben

$$\frac{du}{dt} = 2r\omega \sin\varphi, \quad \frac{dr}{dt} = -2u\omega \sin\varphi + g \sin\gamma,$$

$$u = \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi} \left(1 - \cos(2t\omega \sin\varphi)\right)$$

$$r = \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi} \cdot \sin(2t\omega \sin\varphi),$$

woraus für die Wasserteilchen als Bahn eine Zykloide folgen würde. Die Geschwindigkeiten zerlegen wir in zwei Komponenten:

$$u_1 = \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi}, \quad r_1 = 0$$

geben eine gleichförmige Bewegung senkrecht zum Gradienten,

$$u_2 = -\frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi} \cos(2t\omega \sin\varphi), \quad r_2 = \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi} \sin(2t\omega \sin\varphi)$$

eine kreisförmige Bewegung. Die Bewegung u_1 r_1 denken wir uns so entstanden, als ob zuerst der Meeresboden sich mit der Geschwindigkeit $-u_1$ bewegt. Dann haben wir einen ähnlichen Fall wie bei den Triftströmen: nur sind oben und unten vertauscht, und statt T ist die Geschwindigkeit an der Bodenfläche $= -u_1$

gegeben. Nun erteilen wir dem ganzen System, Boden und Ozean, die Geschwindigkeit u_1, so daß der Boden ruht. Die Lösungen S. 24 sind also anwendbar, unendliche Tiefe vorausgesetzt; nur müssen sie den neuen Grenzbedingungen angepaßt werden. Wir hatten damals $u = v = 0$ für $t = 0$,

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{T}{\mu} \text{ für } z = 0;$$

die Differentiation der Gleichungen (1) S. 13 nach z zeigt, daß auch $\frac{\partial u}{\partial z}$, $\frac{\partial v}{\partial z}$ Integrale der Gleichung sind. Setzen wir in jenen Lösungen für $T = -\mu u_1$,

$$\frac{\partial u}{\partial z} = U, \frac{\partial v}{\partial z} = V, \text{ so ist}$$

$$U = V = 0 \text{ für } t = 0, \text{ (oder } \tau = 0),$$

$$U = 0, \quad V = -u_1 \text{ für } z = 0.$$

und wir haben die Lösung des Problems, abgesehen von der Zusatzgeschwindigkeit $-u_1$, und davon, daß v und u vertauscht sind. Die gleichförmige Bewegung wird eher stationär als in dem oben geschilderten Fall des Triftstroms, denn es tritt durch die Differentiation im Nenner des Integranden der Faktor ζ hinzu; man kann also für diesen Teil der Bewegung um so mehr die Voraussetzung stationärer Zustände fallen lassen.

Die Bewegung u_2 v_2 denken wir uns ähnlich entstanden, indem wir dem Boden die Bewegung $-u_2$, $-v_2$ erteilen und sie dann durch die Bewegung $+u_2$, $+v_2$ wieder aufheben. Wir haben also

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2v\omega \sin\varphi + \frac{\mu}{q}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -2u\omega \sin\varphi + \frac{\mu}{q}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

mit den Grenzbedingungen:

$$u = -u_2 = \frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi} \cos(2t\omega \sin\varphi)$$

$$v = -v_2 = -\frac{g \sin\gamma}{2\omega \sin\varphi} \sin(2t\omega \sin\varphi)$$

für $z = 0$, und $u = v = 0$ für $t = 0$. Bezeichnet man die Wahrscheinlichkeitsfunktion mit $P(x)$:

$$P(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-r^2} dx.$$

so ist, wie man durch Einsetzen erkennt.

$$u = -u_2 \left\{ 1 - P\left(\frac{z\sqrt{\pi}}{2D\sqrt{t}} \right) \right\},$$

$$v = -v_2 \left\{ 1 - P\left(\frac{z\sqrt{\pi}}{2D\sqrt{t}} \right) \right\}, \text{ worin}$$

$$t = \mathrm{t} \cdot \frac{\omega \sin \varphi}{\pi},$$

eine Lösung[1]); wegen $P(0) = 0$ ist $u = -u_2$, $v = -v_2$ für $z = 0$, und wegen $P(\infty) = 1$ ist $u = v = 0$ für $t = 0$ oder $\tau = 0$. Fügen wir u_2, v_2 hinzu, so stellt

$$u_2 P\left(\frac{z\sqrt{\pi}}{2D\sqrt{t}} \right) \text{ und } v_2 P\left(\frac{z\sqrt{\pi}}{2D\sqrt{t}} \right)$$

die Auslöschung der Kreisbewegung dar. Sie geht sehr langsam vor sich. Ekman berechnet, daß sie in der Höhe $z = 5D$ über dem Meeresboden erst in 306 Pendeltagen auf $\frac{1}{3}$ ihres Betrages herabgesunken ist.

Doch ist der Betrag dieser Bewegung gering, wenn der Winkel γ allmählich entsteht. Sieht man nämlich von der Reibung ab und setzt $g \sin \gamma$ der Zeit proportional $= \varkappa t$, so ist

[1]) Zur Ableitung multipliziere man die zweite Differentialgleichung mit i, setze $s = u + iv$, so ist

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -2i\omega \sin \varphi \cdot s + \frac{\mu}{\varrho} \frac{\partial^2 s}{\partial z^2};$$

dazu die Randbedingungen:

$$s = 0 \text{ für } t = 0$$

$$s = \frac{g \sin \gamma}{2\omega \sin \varphi} \cdot e^{-2it\omega \sin \varphi} \text{ für } z = 0.$$

Wir setzen $s = e^{-2it\omega \sin \varphi} \cdot S$, so ist

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\mu}{\varrho} \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \text{ mit } S = 0 \text{ für } t = 0, \; S = \frac{g \sin \gamma}{2\omega \sin \varphi} \text{ für } z = 0.$$

Für die Behandlung dieser in der Wärmelehre vorkommenden Gleichung vergleiche man Weber-Riemann, Die partiellen Differentialgleichungen der Physik, Bd. II, 4. Aufl. 1901, S. 95, Formel (3) ff.

$$\frac{du}{dt} = 2v\omega \sin\varphi, \quad \frac{dv}{dt} = -2u\omega \sin\varphi + zt.$$

Ist für $t = 0$ auch $u = v = 0$, so ist

$$u = \frac{z}{4\omega^2 \sin^2\varphi}\left(2t\omega \sin\varphi - \sin(2t\omega \sin\varphi)\right)$$

$$v = \frac{z}{4\omega^2 \sin^2\varphi}\left(1 - \cos(2t\omega \sin\varphi)\right).$$

Die Geschwindigkeitskurve ist also eine Zykloide, die auf der x-Achse steht. Jeder Zweig wird von der Spitze des Geschwindigkeitspfeils in 12 Pendelstunden durchlaufen. Dauert also der Anstau einige Tage an, so wird die Länge des Pfeils gegenüber seinen Schwankungen weitaus überwiegen. Die Gesamtabweichung senkrecht zur endgültigen Stromrichtung erreicht dabei den Betrag (s. oben)

$$\frac{zt}{4\omega^2 \sin^2\varphi} = \frac{g \sin\gamma_0}{4\omega^2 \sin^2\varphi},$$

wenn γ_0 die endgültige Neigung der Wasserfläche ist.

Ergebnis: *1. Ein fast augenblicklich den Änderungen der Kraft folgender ständiger Strom.*

2. kreisförmige Schwingungen des gesamten Wassers, deren Dämpfung sehr langsam erfolgt. Aber ihre Amplitude ist klein, besonders wenn der Druckgradient langsam entsteht.

c) Strömungen an einer geraden Küste (Problem a).

Da also, abgesehen von kleineren Schwingungen, die Strömungen dem Gradienten sogleich folgen, so brauchen wir nur die Zeit zu berechnen, die bis zur Vollendung des Anstaus vergeht.

Angenommen, es handle sich um einen Anstau an der Küste; wir legen die x-Achse senkrecht zur Küste, nennen γ den Winkel der Wasseroberfläche mit dem Horizont und γ_0 den Endwert, dem γ zustrebt. Ein Vertikalschnitt durch die Oberfläche des Wassers habe die Gleichung (Fig. 7)

$$z = f(x, t),$$

so ist wegen der Kleinheit von γ

$$\gamma = \frac{\partial z}{\partial x}.$$

Nennen wir die auf die Einheit der Küstenlänge entfallende Strommenge (pro Sekunde) S, gerechnet in der Richtung $+x$, so wird in der Zeit δt die Wasserfläche steigen um

$$\delta z = -\frac{\partial S}{\partial x} \cdot \delta t.$$

links von der Stelle x ist also die Wassermenge

$$\int_0^x \delta z \, dx = \delta t \int_0^x \frac{\partial z}{\partial t} dx$$

hinzugekommen. Da der Gesamtstrom nach links in dieser Zeit $-S \cdot \delta t$ ist, so wird

$$-S = \int_0^x \frac{\partial z}{\partial t} dx,$$

$$-\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial t}.$$

Wenn wir die durch die Windtrift in der Richtung zur Küste bewegte Wassermenge S_0 nennen (dieselbe, die nachher durch die

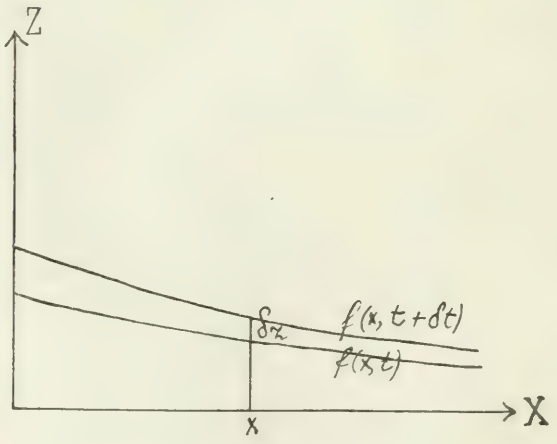


Fig. 7.

stationären Unterströmungen fortgeführt wird), so können wir annähernd annehmen:

$$S = S_0 \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0},$$

also nach vorstehender Gleichung

$$\frac{S_0}{\gamma_0}\frac{\partial \gamma}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, \text{ und wegen}$$

$$\gamma = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}, \text{ auch}$$

$$\frac{S_0}{\gamma_0}\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x\, \partial t} = \frac{\partial \gamma}{\partial t};$$

dazu kommen als Grenzbedingungen:

$$\gamma = 0 \quad \text{für} \quad t = 0$$

$$\gamma = \gamma_0 \text{ für } x = 0.$$

Wir wollen den Ozean in der Richtung $+x$ als unendlich annehmen und haben dann wieder ein Problem aus der Lehre von der Wärmeleitung vor uns (vgl. S. 28. Anm. 1). Es ergibt sich

$$\gamma = \gamma_0 \left\{1 - P\left(\sqrt{\frac{\gamma_0 x^2}{4 S_0 t}}\right)\right\}.$$

Für hinreichend großes d ist angenähert

$$S_0 = \frac{D g \gamma_0}{4\pi \omega \sin \varphi} \text{ (S. 20):}$$

ferner, da $P(x)$ für $x < 0{,}4$ etwa $= 1{,}1\,x$ gesetzt werden kann,

$$\gamma = \gamma_0 \left\{1 - 1{,}1 \cdot \sqrt{\frac{\pi \omega \sin \varphi}{D g}} \cdot \frac{x^2}{t}\right\}.$$

Mit dieser Formel berechnet Ekman, daß der Anstau z. B. in 45° N-Br. 0,7 seines Endwertes erreichen würde in der Zeit

$$t_1 = 0{,}000\,22\,\frac{x^2}{D};$$

eine Zeit, deren Größenordnung von wenigen Sekunden unter Land bis zu einem Monat und darüber in 1000 km Entfernung von Land schwanken würde, soweit die Unsicherheit der Größe D Vermutungen zuläßt.

Diese Zeit muß noch mit einer doppelten Korrektur versehen werden, deren Betrag noch weniger genau abgeschätzt werden kann. Einmal wird im Rücken des Anstaus ein Mangel an Wasser eintreten, so daß der Wind den Anstau nur etwa in seiner halben

wirklichen Breite zu erzeugen braucht: Ekman meint, vielleicht genüge dazu die Hälfte der berechneten Zeit.

Andrerseits wird die Zeit wieder verlängert dadurch, daß der entstehende Tiefenstrom bis zu seiner vollen Entwicklung in der Richtung des Druckgradienten hin- und herschwankt; wir fanden (S. 29), daß die Spitze des Geschwindigkeitspfeils eine Zykloide beschreibt, und daß die Gesamtabweichung von der endgültigen Richtung

$$\frac{z\,t}{4\omega^2 \sin^2\varphi} = \frac{g \sin\gamma_0}{4\omega^2 \sin^2\varphi} \quad \text{war.}$$

Auf die Längeneinheit der Küste wird also bei einer Tiefe d annähernd die Wassermenge

$$\frac{g\,d \sin\gamma_0}{4\omega^2 \sin^2\varphi}$$

senkrecht von der Küste fortbewegt. Für sie muß die Windtrift Ersatz schaffen. Ihr Betrag ist in der Sekunde

$$\frac{D g \sin\gamma_0}{4\pi\,\omega \sin\varphi}.$$

Ekman schätzt die zur Kompensation der Tiefenstromabweichungen nötige Wassermenge auf die Hälfte hiervon

$$= \frac{D g \sin\gamma_0}{8\pi\,\omega \sin\varphi}.$$

Eine Strömung von dieser Größe würde die Masse

$$\frac{g\,d \sin\gamma_0}{4\omega^2 \sin^2\varphi}$$

in $\dfrac{2\pi\,d}{D\,\omega \sin\varphi}$ sec oder $\dfrac{d}{D}$ Pendeltagen befördern. In tiefem Wasser können also Zeiträume von der Größenordnung eines Monats notwendig werden.

Für das Problem a ergibt sich also: *Bis die Tiefenströmung an einer geraden Küste sich voll entwickelt, vergeht eine Zeit, die bei breiten Strömungen Monate dauern kann. Die Oberflächenströmungen folgen dem Winde dagegen schnell, in weniger als einem Tage — wenn man von ganz niederen Breiten absieht.*

9. Zur Kritik der Ekmanschen Theorie.

Von den Ergebnissen Ekmans ist bisher vor allem der Ablenkungswinkel des reinen Triftstroms an der Wasseroberfläche näher untersucht worden. Sein für alle Breiten gleicher Betrag von 45° findet seine Erklärung darin, daß die Ablenkungskraft proportional zu $\sin\varphi$, ferner aber zur Masse und Geschwindigkeit des bewegten Wassers ist. Beide letzteren aber sind proportional zu $\sin\varphi^{-\frac{1}{2}}$. Das Gleichbleiben der Ablenkung hängt also eng zusammen mit der Reibungstiefe, die für die Masse des bewegten Wassers maßgebend ist.

Theoretisch hat Exner[1]) auf anderem Wege als Ekman eine Ablenkung von 40° 31′ bis 41° 50′ für 90° Br.—10° Br. berechnet[2]); diese Winkel sind also, praktisch genommen, von der Breite fast unabhängig und kommen dem Ekmanschen Werte hinreichend nahe.

Aber auch eine Reihe praktischer Untersuchungen, die wir bei Krümmel[3]) und Gallé[4]) aufgezählt finden, haben Ekmans Ablenkungswinkel mehr oder minder bestätigt; insbesondere Gallé in der erwähnten Abhandlung mit Hilfe eines überaus reichhaltigen Materials aus dem ganzen Indischen Ozean; er findet die Breite nicht von wesentlichem Einfluß auf die *Größe der Ablenkung, die ihrerseits gut zu der theoretischen von 45° stimmt, so daß dieser Wert wohl vorläufig als einigermaßen zuverlässig gelten kann.*

Auch der von Witting für die Strömungen der Ostsee in der oben erwähnten[5]) Abhandlung gefundene Ablenkungswinkel zeigt eine bemerkenswerte Übereinstimmung mit Ekmans Ergebnis für das Problem b). Witting findet empirisch den Ablenkungswinkel (nach rechts vom Winde)

$$\alpha = 34^\circ - 7{,}5^\circ \sqrt{v},$$

wo v die Windgeschwindigkeit in $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ bezeichnet. Mit zunehmender Windgeschwindigkeit wird also α kleiner. Nun ist nach Ekman die Reibungstiefe (S. 15)

---

[1]) Exner, Zur Kenntnis der untersten Winde über Land und Wasser und der durch sie erzeugten Meeresströmungen. Ann. d. Hydr. 1912, S. 226 ff.

[2]) Ebenda. S. 237.

[3]) Krümmel, Handbuch der Ozeanographie, Bd. II, 2. Aufl., S. 451 f.

[4]) P. H. Gallé, Zur Kenntnis der Meeresströmungen, S. 6 ff., in Mededelingen en Verhandelingen, Kon. Ned. Met. Inst., Utrecht 1910, Nr. 102.

[5]) S. Anm. S. 5.

$$D = \pi \sqrt{\frac{\mu}{\varrho \omega \sin \varphi}},$$

ferner ist (S. 14)

$$V_0 = \frac{T}{\sqrt{2 \mu \varrho \omega \sin \varphi}}, \text{ also}$$

$$D = \frac{\pi T}{V_0 \varrho \omega \sin \varphi \cdot \sqrt{2}}.$$

wo V_0 die Geschwindigkeit des reinen Triftstroms ist: wir können sie vorläufig (s. S. 4 u. 6) proportional v oder $\sqrt{v}$ annehmen; T ist nach Untersuchungen von Ekman und Colding[1]) (s. unten) proportional zu v^2, also D proportional zu v oder (nach dem Wittingschen Ansatz) zu $\sqrt{v^3}$. Bei wachsender Windstärke wird also D größer, $\frac{d}{D}$ kleiner. Nun zeigt aber die Fig. 4, S. 23, daß mit abnehmendem $\frac{d}{D}$ tatsächlich die theoretische Ablenkung kleiner werden muß, wenn d nicht zu groß ist: d.h.: die Theorie fordert, daß in einem geschlossenen Meere von nicht zu großer Tiefe die Ablenkung bei stärkerem Winde geringer wird. Das stimmt zu Wittings Ergebnissen. Allerdings nur qualitativ; wir haben zu bedenken, daß in der Ostsee Dichtigkeitsunterschiede eine Rolle spielen. Experimente haben ergeben, daß die Reibung in geschichtetem Wasser geringer ist als in homogenem. Aber sehr groß kann der Einfluß von Dichtegradienten bei Witting nicht sein, da alle Windrichtungen berücksichtigt sind; auch folgen die Triftströmungen dem Winde schnell und sind dadurch viel veränderlicher als die Dichteströmungen.

Das ergibt sich nicht nur aus der Theorie, sondern bereits Dinklage konnte es in überraschender Weise in der oben genannten Arbeit feststellen (s. S. 5). Fast noch auffallender ist die Beobachtung Brenneckes hierüber gelegentlich der Eisdrift der „Deutschland"[2]), denn sogar Eisfelder gehorchten einer Windänderung fast augenblicklich.

Brennecke fand auch durch exakte Strommessung mit Ekmanschen Strommessern in verschiedenen Tiefen auf dem offenen Ozean

---

[1]) Ekman. On the influence etc., S. 40. S. auch Ann. d. Hydr. 1906. S. 539. S. auch Krümmel. Hdb. d. Ozeanogr. II. 2. Aufl., S. 545.

[2]) Brennecke, Ozeanogr. Arbeiten der Deutschen Antarkt. Exp., Ann. d. Hydr. 1913. S. 144.

eine schnelle Abnahme des Oberflächenstroms mit der Tiefe; in der Weddell-See war bereits in 25 m Tiefe der Oberflächenstrom nicht mehr vorhanden und von hier ab bis in große Tiefen die Strömung konstant[1]).

Dazu stimmen ferner Beobachtungen von Merz auf dem Dampfer „Stephan". Der Strom dreht in der Tiefe nach rechts und nimmt ab[2]). Die in der Nähe des Äquators ausgeführten Messungen ergeben in 150 m Tiefe $\frac{2}{3}$ des Oberflächenstroms; das steht nicht im Widerspruch zu Brenneckes Ergebnis, da D umgekehrt proportional zu $\sqrt{\sin\varphi}$ ist. Jedenfalls dürften einige hundert Meter, vielleicht 200[3]), die praktisch größten Werte von D angeben. *An der Tatsache einer beschränkten Tiefe der Oberflächenströmungen kann wohl kaum mehr gezweifelt werden.*

Ein Widerspruch scheint sich allerdings zu ergeben, wenn wir D nach der Formel

$$D = \pi \sqrt{\frac{\mu}{q\omega \sin\varphi}}$$

berechnen. Verwenden wir nach den Untersuchungen von Krümmel und Ruppin[4]) für die innere Reibung den Wert $\mu = 0{,}012$ c-g-s, der einem Salzgehalt von 35 ‰ und einer Temperatur von 15° entsprechen würde, nehmen $q = 1{,}033$, so wird

$$D = 42 \text{ cm},$$

ein ganz widersinniges Ergebnis; es beruht darauf, daß der Krümmelsche Wert μ sich auf die molekulare Reibung bezieht, während wir es hier mit dem viel größeren „ozeanischen" oder „virtuellen Reibungskoeffizienten" zu tun haben (s. S. 12).

G. F. McEwen[5]) hat auf anderem Wege die Richtigkeit der Ekmanschen Theorie untersucht. Er betrachtet das Gebiet des kalten Auftriebwassers an der Westküste Nordamerikas und nimmt zu seiner Erklärung an, daß eine 5 m dicke Schicht von

[1]) Vgl. die Berichte Brenneckes in Ann. d. Hydr. 1911, S. 471 und 646; 1913, S. 144.

[2]) Merz, Berliner Seenstudien und Meeresforschung, in: Ztschr. d. Ges. f. Erdk. zu Berlin, 1912, S. 178.

[3]) Vgl. auch Krümmel, Hdb. d. Ozeanogr. II, 2. Aufl., S. 461.

[4]) O. Krümmel u. E. Ruppin, Über die innere Reibung des Seewassers. Wiss. Meeresunt., Neue Folge, 9. Bd., Abt. Kiel, 1906, S. 27 ff.

[5]) Dr. G. F. McEwen, The distribution of Ocean Temperatures usw., in der Internat. Revue der gesamten Hydrobiologie und Hydrographie 1912, S. 243 ff.

konstanter normaler Oberflächentemperatur seewärts bewegt würde und eine gleiche Wassermenge aus 500 m Tiefe an ihre Stelle träte, wo die Temperatur gleich dem Mittel der Bodentemperatur und dem Jahresmittel der Oberfläche ist. Die Menge des seewärts bewegten Wassers berechnet McEwen nach der Ekmanschen Formel für reinen Triftstrom; daraus ergibt sich dann ein berechneter Temperaturunterschied zwischen Küste und Ozean, der sich auf vier Schnitten nur ganz wenig vom beobachteten unterscheidet. Andrerseits aber wird diese vorzügliche Übereinstimmung etwas beeinträchtigt durch die große Zahl der Voraussetzungen, besonders durch die Nichtberücksichtigung der Verschiedenheit der Windrichtungen im Laufe des Jahres. Immerhin bleibt aber die Genauigkeit der Übereinstimmung in 48 Mittelwerten auffallend.

Zusammenfassend läßt sich sicherlich sagen, daß Ekmans Theorie mit den Beobachtungen im ganzen übereinstimmt:

1. *in der Größe des Ablenkungswinkels* $= 45°$,
2. *in seiner Unabhängigkeit von der Breite*,
3. *seiner Abhängigkeit von* $\frac{d}{D}$ *und*
4. *in der Behauptung einer Reibungstiefe, die die Oberflächenströmung nach unten begrenzt.*

Letztere dürfte, ein schmales Gebiet um den Äquator ausgenommen, 200 m nicht übersteigen.

III. Berechnung von Triftstromgeschwindigkeiten nach Ekmans Theorie.

1. Methodisches.

Für unsere Untersuchung dürfte in erster Linie unter den Ergebnissen Ekmans das in Betracht kommen, **daß es reine Triftströme kaum irgendwo gibt.** Daß an den Küsten nach Problem a andere Stromkonstituenten den Oberflächenstrom mitbedingen, nimmt nicht wunder. Aber auch im offenen Ozean dürfen wir kaum eine reine Triftströmung erwarten; wenigstens nicht in dem Sinne, daß wir unter Trift eine Strömung verstehen, die von dem gegenwärtig oder seit einigen Stunden oder Tagen herrschenden Winde erzeugt worden ist:

Betrachten wir z. B. den nördlichen Äquatorialstrom, etwa im Stillen Ozean; nehmen wir einen gleichförmigen Passat aus NO in einem Gürtel von Nordamerika bis Ostasien an, so wird die dadurch bewegte Gesamtmenge des Triftstroms nach NW gerichtet sein. Es entsteht also einmal ein Druckgefälle quer zum Passatgürtel, von N nach S, und dieses ruft nach Ekman einen gleichförmigen Tiefenstrom in der Richtung von O nach W und darunter einen Bodenstrom hervor, der den Anstau wieder ausgleicht. Außerdem wird durch den Triftstrom Wasser nach W transportiert, und dadurch werden Kompensationsströme, namentlich der Gegenstrom, hervorgerufen; letzterer wird auch den Tiefenstrom unter dem Äquatorialstrom abschwächen, aber nicht vernichten; das könnte er nur, wenn seine gesamte Wassermenge dem Tiefenstrom entgegenwirkte und nicht neben dem Äquatorialstrom entlang flösse[1]). Die Theorie zeigt ferner, daß die Tiefenströme beständige Erscheinungen sind, die mithin nur vom Durchschnittswind des Jahres abhängen und nicht leicht durch andere Winde geändert werden. Jedenfalls haben wir also in der Nordäquatorialströmung eine Überlagerung eines beständigen ostwestlichen Tiefenstroms durch die jeweilige, den Windänderungen schnell folgende Triftströmung zu erblicken. Und ähnlich verhält es sich mit den übrigen Windgürteln; ein reiner Triftstrom ist in der Regel nicht anzutreffen.

[1]) Vgl. Ekman a. a. O, Ann. d. Hydr. 1906, S. 535.

Man könnte angesichts dieser Schwierigkeit daran denken, daß ja auch der Tiefenstrom letzten Endes vom Winde verursacht ist, und man könnte dann den aus Tiefen- und Triftstrom resultierenden, wirklich beobachteten Oberflächenstrom als Windstrom ansehen. Aber einer und derselben Windstärke etwa im Passatgürtel kommt wohl die gleiche Triftgeschwindigkeit zu, indessen ist die Stauwirkung und damit der Tiefenstrom vom Winkel zwischen Windrichtung und Windgürtel abhängig. Wäre also

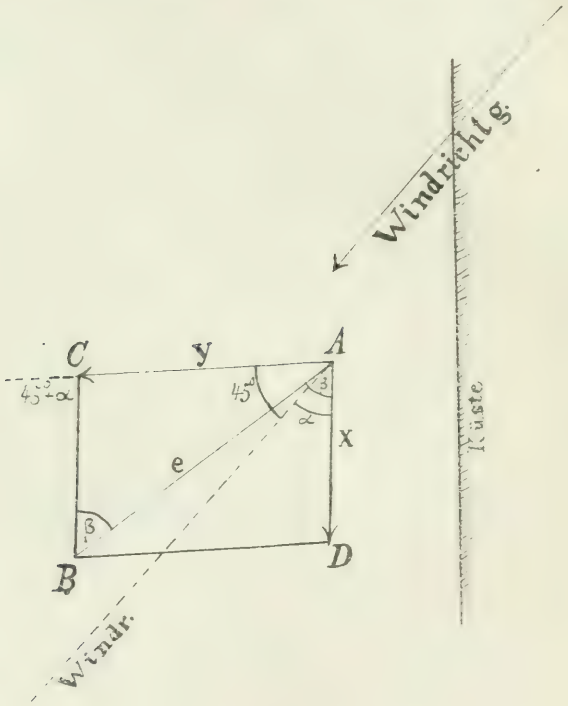


Fig. 8.

auch etwa die Triftgeschwindigkeit zur Windstärke proportional ($s = \lambda \cdot v$, S. 4), so wäre es doch der Tiefenstrom nicht, und damit ebensowenig der resultierende Oberflächenstrom. Eine Auffassung des Oberflächenstroms, als ob er allein vom Winde der letzten Tage erzeugt wäre, würde daher zu falschen Schlüssen über die Wirkung einer bestimmten Windgeschwindigkeit führen.

Wollen wir also das Stärkeverhältnis zwischen Wind und Strom untersuchen, so dürfen wir nur reine Triftströme in

Betracht ziehen; andrerseits sind reine Triftströme auf dem Ozean kaum irgendwo wahrscheinlich.

Diese Schwierigkeit umgeht eine mir in dankenswerter Weise von Ekman vorgeschlagene Methode. Wir untersuchen die Strömungen an einer langgestreckten Küste. Dann haben wir aus der durch Beobachtung bekannten Oberflächenströmung den Anteil des Triftstromes und denjenigen des Tiefenstromes zu berechnen.

Von diesen beiden Strömungen ist die Richtung bekannt: Der Tiefenstrom fließt parallel zur Küste; das muß z. B. auch dann der Fall sein, wenn es sich um Zufluß oder Abfluß andrer Strömungen, also nicht um reine Windwirkung handelt; denn eine dauernde Bewegung so großer Wassermassen senkrecht zur Küste könnte nicht stationär sein. Es wird auch durch die Tiefentemperaturen an den Küsten bestätigt. Der Triftstrom andrerseits weicht um 45° nach rechts vom Winde ab; dies theoretische Ergebnis ist durch die Beobachtung bisher von allen am besten bestätigt. In Fig. 8 sei e die beobachtete Strömung, die mit der Küste den Winkel β bilde, während die Windrichtung mit der Küste den Winkel α einschließt. Dann wird $AC = y$ den Triftstrom und $AD = x$ den Tiefenstrom nach Richtung und Größe darstellen, wenn $BC \parallel AD$ und $BD \parallel AC$ gezogen ist. Wir haben im $\triangle ABC$

$$x = \frac{e \cdot \sin(45^\circ + \alpha - \beta)}{\sin(45^\circ + \alpha)}$$

$$y = \frac{e \cdot \sin \beta}{\sin(45^\circ + \alpha)}.$$

Durch dies Verfahren sind die Küstenströmungen geeignet, Aufschluß über Triftströmungen zu geben; während bei den großen ozeanischen Strömungen die Richtung des Tiefenstroms nicht sicher genug ist, um die obige Betrachtung darauf zu gründen. Die vertikalen Strömungen an den Küsten, die man im kalten Auftriebwasser wirksam gefunden hat, werden in einigem Abstand von der Küste nicht stark genug sein, das Strombild wesentlich zu verändern.

Am besten würde man bei der Berechnung des Triftstromes so verfahren, daß man jede einzelne Stromversetzung des Beobachtungsmaterials in ihre Komponenten zerlegte; denn der Tiefenstrom ist als beständig anzusehen, während die Trift schnell dem

Winde folgt. Man würde dann auch schnell die Versetzungen finden, bei denen noch andere Ursachen wirksam sind, und man würde sie aussondern können. Leider aber sind die meisten in mittleren und höheren Breiten gefundenen Versetzungen zu klein, um nicht durch die Beobachtungsfehler — man muß mit Fehlern von 6 Sm im Etmal rechnen — wesentlich verändert zu werden. Deshalb wurde im folgenden der Weg eingeschlagen, vor der Zerlegung der Versetzungen in Komponenten aus kleinen Gruppen von Beobachtungen jedesmal das Mittel zu nehmen. Die Berechnung des Mittels geschah durch Zusammenfügen der Einzelbeobachtungen nach dem Satze vom Bewegungsparallelogramm: es handelt sich also um geometrische Resultanten bei jedem Mittel. So wenig eine solche Berechnung für eine beschreibende Darstellung der Strömungen sinngemäß ist[1]), — hier, wo es auf exakte Zahlen ankam, konnte kein anderer Weg eingeschlagen werden. Übrigens wurden die Fälle, wo „kein Strom" beobachtet wurde, mitgezählt, wodurch sich das Mittel erniedrigt.

In den folgenden Berechnungen tritt vereinzelt der Fall auf, daß der Oberflächenstrom nicht in dem Winkel zwischen dem angenommenen Triftstrom und Tiefenstrom liegt. Diese Fälle mußten ausgeschieden werden, da hier offenbar andere Ursachen als der Wind mitwirkten. Gelegentlich wurde auch das Ergebnis dadurch sehr unsicher, daß das Dreieck ABC sehr spitzwinklig ausfiel; bei der Ungenauigkeit der Strombeobachtung mußten auch solche Fälle ausscheiden, da dann eine Änderung eines Winkels um 1° oder 2° das Resultat völlig verändert hätte. Die Berechnung der 2. Stelle hinter dem Komma hat nur rechnerischen Wert.

2. Drei Küstenströmungen.

Da das Ziel der Untersuchung darin bestand, die stromerzeugende Kraft des Windes in ihrer Abhängigkeit von der Breite zu berechnen, so wurden drei Küstenströmungen in möglichst verschiedener Breite ausgesucht: 1. die Kalifornische Strömung zwischen 40° und 50° N-Br., 2. der Kanarenstrom zwischen 10° und 30° N-Br. und 3. die Strömungen an der Somaliküste von 3° N-Br. bis 12½° N-Br., die wir im folgenden kurz den „Somalistrom" nennen wollen.

[1]) Vgl. Krümmel, Handb. d. Ozeanogr., Bd. II., 2. Aufl. 1911, S. 421.

a) Kalifornische Strömung.

Die Beobachtungen sind beschränkt auf einen 2° bis 3° breiten Streifen an der Westküste Nordamerikas zwischen 40° N-Br. und 50° N-Br. Sie entstammen den Journalen deutscher Schiffe aus den Jahren 1898—1904. Die Richtung des Tiefenstroms wurde als rein nord-südlich angenommen.

Tabelle 1.

Monat	Oberflächenstrom Sm/Etm.	Zahl der Beob.	Wind $\frac{m}{sec}$	Tiefenstrom Sm Etm.	Triftstrom Sm/Etm.	$\frac{s}{v}$ [1]) (Mohn)	$\frac{s}{\sqrt{v}}$ (Witting)
Oktober	S 58° O 2,41	54	S 72° W5,26	S 0,24	2,29	0,93	2,14
November...	N 29° O 4,59	41	S 1° O 5,62	N 1,69	3,21	1,23	2,91
Dezember ..	S 72° W0,36	44	S 12° W3,68	—	< 0	—	—
Januar	N 35° O 2,69	49	S 47° W1,98	N 2,26	1,54	1.67	2,34
Februar	N 26° O 2,70	21	S 3° O 2,63	N 1,12	1.77	1,45	2,35
[März	N 79° O 4,44	25	S 86° W3,32	N 4,08	5,08	3,28	5,98]
April	S 29° O 3,69	21	S 30° W1,81	S 3,71	1,85	2,19	2,95
Mai	S 56° O 2,05	24	N 74° W3,82	N 1,92	3,51	1,97	3,85
					Mittel...	1,57	2,76

Die Strömungen sind im Dezember unbeständig und wechseln ebenso wie der Wind zwischen entgegengesetzten Quadranten. Es kommt daher eine Resultante heraus, die außerhalb des Winkels zwischen Trift- und Tiefenstrom liegt und ein widersinniges Resultat gibt. Über die Ausscheidung des März für die Berechnung des Mittels wird unten zu sprechen sein. In den drei Sommermonaten tritt der beim Dezember vorkommende Fall wieder ein; die Strömung weicht mehr als 45° nach rechts von der Windrichtung ab! Erst künftige Strombeobachtungen in der Tiefe werden diese auffällige Erscheinung voll erklären können. Die wechselnde Richtung des Tiefenstroms erklärt sich wohl dadurch, daß zwischen 40° und 50° N-Br. die Osttrift des Stillen Ozeans sich in einen nördlichen und südlichen Zweig teilt, und daß die Zweige des Tiefenstroms sich im Mittel für das ganze Gebiet bis zu einem gewissen zeitlich verschiedenen Grade aufheben.

[1]) s = Geschwindigkeit des Triftstroms in $\frac{cm}{sec}$, v = Windgeschwindigkeit in $\frac{m}{sec}$.

b) Kanarenstrom.

Das Material stammt aus den Jahren 1884—1902 und beschränkt sich auf die Gewässer an der Küste; die Schiffahrtswege bleiben östlich von 20° W-Lg. Da die Küste gebogen ist, teilen wir sie in mehrere längere Abschnitte, die als hinlänglich gerade angesehen werden können:

1. von 10° N-Br. bis 14° N-Br. (Winkel mit dem Meridian $\alpha = 45°$),
2. „ 14° N-Br. „ 20° N-Br. ($\alpha = 0°$),
3. „ 20° N-Br. „ 26° N-Br. ($\alpha = 28°$),
4. „ 26° N-Br. „ 30° N-Br. ($\alpha = 38°$).

Dann erhalten wir folgende Übersicht:

Tabelle 2.

Jahreszeit	N-Br.	Oberflächenstrom Sm/Etm.	Zahl der Beob.	Wind $\frac{m}{sec}$	Tiefenstrom[1]) Sm/Etm.	Triftstrom Sm/Etm.	$\frac{s}{v}$ (Mohn)	$\frac{s}{\sqrt{v}}$ (Witting)
Juli bis Septbr.	10°—14°	N 52° O 2,56	32	S 46° W 3,84	— 2,32	3,66	2,04	4,01
	14°—20°	N 8° O 3,09	80	N 3° W 1,37	< 0	< 0	—	—
	20°—26°	S 85° W 7,18	88	N 25° O 6,27	— 2,22	8,14	2,78	6,97
	26°—30°	S 51° W 4,57	49	N 37° O 6,08	+ 3,39	1,48	0,52	1,29
Oktober bis Dezbr.	10°—14°	N 64° W 2,53	73	N 48° O 1,68	— 1,48	1,23	1,57	2,03
	14°—20°	N 41° W 3,39	82	N 38° O 4,14	— 2,83	2,24	1,16	2,37
	20°—26°	N 66° W 4,39	85	N 47° O 3,57	— 1,83	4,87	2,92	5,52
	26°—30°	N 21° O 0,24	65	N 58° O 2,36	< 0	< 0	—	—
Januar bis März	10°—14°	S 79° W 5,95	51	N 17° O 2,79	— 1,82	5,16	3,96	6,62
	14°—20°	S 80° W 5,38	65	N 25° O 4,96	— 0,99	5,64	2,34	5,42
	20°—26°	N 84° W 5,55	74	N 42° O 4,46	— 1,01	6,00	2,88	6,09
	26°—30°	S 82° W 5,03	35	N 49° O 1,51	+ 1,26	4,23	6,00	7,36
April bis Juni	10°—14°	N 60° W 1,66	47	N 20° W 2,66	— 1,76	0,46	0,37	0,60
	14°—20°	N 72° W 1,92	76	N 7° O 5,07	— 2,93	2,97	1,25	2,83
	20°—26°	S 87° W 4,26	65	N 32° O 5,43	— 0,98	4,84	1,91	4,45
	26°—30°	S 83° W 1,37	25	N 41° O 2,87	+ 0,16	1,41	1,05	1,79
						Mittel...	2,38	4,37

Über die Berechnungsweise des Mittels vergleiche man das am Schlusse des Abschnitts Gesagte. Die große Unregelmäßigkeit der Ergebnisse für $\frac{s}{v}$ und $\frac{s}{\sqrt{v}}$ gegenüber denjenigen bei der Kalifornischen

[1]) Der Tiefenstrom ist mit + als südlich, mit — als nördlich bezeichnet.

Strömung hängt wohl damit zusammen, daß die Zusammenfassung mehrerer Monate, die wegen der Zahl der Beobachtungen notwendig war, eine Rolle spielt; doch ist anzunehmen, daß sich bei der Bildung des Mittels die Unebenheiten großenteils wieder ausgleichen. Der Tiefenstrom ist wenig beständig — vielleicht eine Einwirkung des Guineastroms. Auch gibt ihn die Temperaturverteilung[1]) nicht als sehr mächtig an.

c) Somalistrom.

Das Beobachtungsmaterial ist entnommen aus den sämtlichen Schiffstagebüchern, die bis 1910 bei der Seewarte eingegangen waren; dazu kommen noch die Beobachtungen der niederländischen Schiffe, die der Seewarte zur Verfügung standen[2]). Das Gebiet wurde erstreckt von 3° N-Br. bis zum Kap Guardafui (etwa $12\frac{1}{2}$° N-Br.) und von der Küste bis 55° O-Lg. Es wurde zerlegt in drei Streifen:
1. 3°— 6° N-Br., Winkel zwischen Küste und Meridian $\alpha = 36°$.
2. 6°— 9° N-Br., „ „ „ „ „ $\alpha = 27°$.
3. 9°—$12\frac{1}{2}$° N-Br., „ „ „ „ „ $\alpha = 12°$.

Da die Strömungen unter Land wesentlich stärker sind als auf hoher See, wurde der erste Streifen durch den 50. Längenkreis, der zweite durch den 52. in zwei Teile geteilt. Wir ordnen diese fünf Teile so:

1. unter Land, a) von 3°— 6° N-Br.,
   b) „ 6°— 9° N-Br.,
2. auf See, a) „ 3°— 6° N-Br.,
   b) „ 6°— 9° N-Br.,
3. beim Kap Guardafui 9°—$12\frac{1}{2}$° N-Br., Küste bis 55° O-Lg.

(s. Tab. 3 S. 46).

Über die eingeklammerten Werte findet man weiter unten das Notwendige. Der Stromatlas des Indischen Ozeans[3]) lieferte als geeignete Jahreszeiten die Monate Mai bis August und Dezember bis Februar. Für die übrigen Monate ist aus den Karten ersichtlich, daß die Strömung noch nicht stationär geworden ist. Besonders fällt auf, daß auch im Mai auf hoher See der Strom noch nicht stationär ist, während er es an der Küste bereits ist; das stimmt

[1]) G. Schott in: Wiss. Ergebnisse der deutschen Tiefsee-Exp., Bd. I., Jena 1902, S. 175.

[2]) Vgl. „Atlas der Meeresströmungen in dem Indischen Ozean", Ann. d Hydr. 1913, S. 129.

[3]) Atlas der Meeresströmungen in dem Indischen Ozean. Deutsche Seewarte, 1913.

Tabelle 3.

Monat	N-Br.	Oberflächenstrom Sm/Etm.	Zahl der Beob.	Wind $\frac{m}{sec}$	Tiefenstrom Sm/Etm.[1])	Triftstrom Sm/Etm.	$\frac{s}{v}$ (Mohn)	$\frac{s}{\sqrt{v}}$ (Witting)
				1. Unter Land.				
Mai	3°—6°	N 43° O 30,2	31	S 29° W 4,90	25,3	6,0	2,62	5,8
	6°—9°	N 43° O 27,7	48	S 31° W 3,84	20,0	10,1	5,63	11,0
Juni	3°—6°	N 49° O 39,8	24	S 36° W 6,98	29,9	12,7	3,90	10,3
	6°—9°	N 51° O 34,4	57	S 37° W 10,38	22,2	17,5	3,61	11,6
Juli	[3°—6°	N 52° O 66,8	27	S 26° W 7,64	37,0	31,3	8,77	24,3]
	6°—9°	N 44° O 50,6	50	S 33° W 10,35	36,4	19,0	3,93	12,6
August	3°—6°	N 48° O 40,8	18	S 32° W 7,00	30,2	12,9	3,93	10,4
	6°—9°	N 43° O 42,8	54	S 35° W 9,37	32,3	14,8	3,38	10,4
Dezbr.	[3°—6°	S 39° W 34,5	39	N 50° O 6,47	33,4	2,1	0,70	1,8]
	6°—9°	S 48° W 12,5	32	N 41° O 6,66	9,0	5,2	1,68	4,3
Januar	[3°—6°	S 38° W 32,3	32	N 46° O 7,24	31,5	1,4	0,41	1,1]
	6°—9°	S 57° W 19,6	38	N 42° O 6,47	11,3	11,3	3,74	9,5
Februar	3°—6°	S 60° W 20,3	33	N 56° O 6,01	13,7	8,5	3,02	7,4
	6°—9°	S 76° W 8,0	30	N 44° O 6,96	3,3	6,4	1,95	5,2
				2. Auf See.				
Juni	3°—6°	N 67° O 11,3	69	S 42° W 10,35	5,0	7,5	1,55	5,0
	6°—9°	O 16,6	82	S 41° W 11,67	1,4	17,3	3,18	10,8
Juli	3°—6°	S 54° O 6,3	95	S 45° W 8,35	4,6	7,8	1,99	5,8
	6°—9°	N 72° O 18,2	142	S 46° W 8,60	6,6	14,3	3,56	10,5
August	[3°—6°	N 45° O 10,1	90	S 45° W 8,52	8,8	2,0	0,49	1,4]
	6°—9°	N 81° O 9,8	69	S 48° W 9,05	2,2	8,7	2,06	6,2
Dezbr.	3°—6°	S 82° W 10,0	21	N 47° O 5,77	2,1	8,7	3,19	7,7
	6°—9°	S 76° W 11,2	18	N 38° O 6,47	1,7	10,2	3,38	8,6
Januar	3°—6°	S 84° W 10,4	18	N 38° O 6,00	0,2	10,6	3,78	9,3
Februar	3°—6°	N 79° W 14,2	18	N 34° O 7,24	0,0	14,2	4,20	11,3
				3. Beim Kap Guardafui.				
Mai	9°—12½°	N 41° O 8,3	118	S 24° W 4,64	4,6	4,8	2,21	4,8
Juni		N 52° O 25,4	158	S 33° W 10,79	12,2	17,9	3,56	11,7
Juli		[N 56° O 33,9	180	S 26° W 9,59	10,9	27,0	6,03	18,6]
August		[N 59° O 36,6	176	S 33° W 10,43	13,0	29,3	6,02	19,4]
						Mittel...	3,18	8,65

[1]) Im Sommer nach NO, im Winter nach SW.

insofern zu Ekmans Theorie, als die Zeit bis zum Stationärwerden proportional zum Quadrat der Entfernung von Land sein soll (s. S. 31). Das Fehlen der Strömungen auf See zwischen 6° und 9° N-Br. im Januar und Februar erklärt sich aus Mangel an Material.

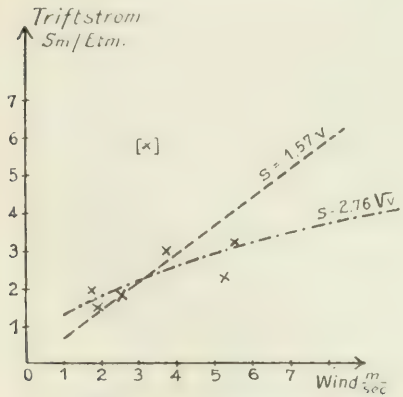
Der Tiefenstrom ist im Winter zwar stets demjenigen des Sommers entgegengesetzt (deshalb wurden die Vorzeichen fortgelassen), aber er scheint weiter nach N und auf See längst nicht so kräftig zu sein. Ja, nördlich von 9° N-Br. behält er sogar seine nordöstliche Richtung vom Sommer her bei, wenn auch mit vielen Störungen: er umfließt das Kap Guardafui und vereinigt sich mit dem in den Golf von Aden eindringenden Strom, vielleicht von diesem angesaugt; die Oberflächenströmungen waren daher für unseren Zweck zu verwickelt.

3. Ergebnisse.

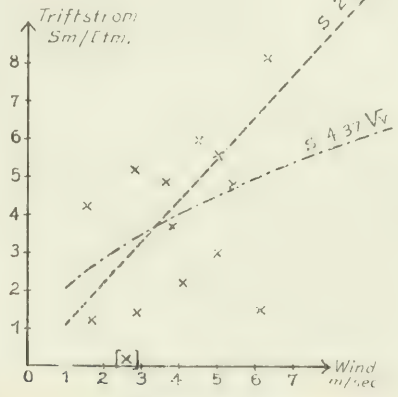
Um die beiden unserer Untersuchung zugrunde liegenden Fragen (S. 3 und 9) zu lösen, ob und in welcher Weise s von r und von der geographischen Breite abhängt, sind in Fig. 9 die zusammengehörigen Werte von s und r in ein Koordinatensystem eingetragen. Die zahlreichen Fehler in der Beobachtung usw. bewirken allerdings, daß sich die Punkte nicht, wie es sein sollte, in Kurven anordnen; immerhin erfüllen sie bestimmte Gebiete; Werte, die von ihrem Gebiete weit ab liegen, sind in der Figur und den Tabellen eingeklammert und für die Berechnung des Mittels ausgeschieden.

Zweifellos geht aus der Figur hervor, daß die Kurve, welche s als Funktion von r darstellen würde, mit abnehmender Breite immer steiler wird; sie enthält φ als Parameter. Qualitativ muß also die oben, S. 9, gestellte Frage dahin entschieden werden, **daß in der Tat eine Triftströmung um so schneller fließt, je näher sie sich dem Äquator befindet.**

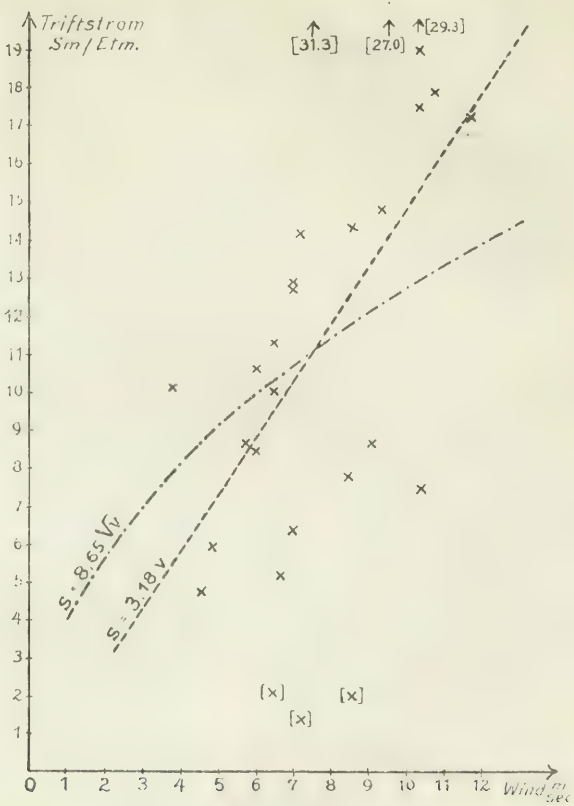
Zur quantitativen Untersuchung, die bei so wenig genauen Beobachtungsergebnissen natürlich nur eine annähernde sein kann, sind in die Figuren die aus den Ansätzen von Mohn, $s = \lambda r$, und Witting, $s = z\sqrt{r}$, sich nach den Mittelwerten der Tabellen ergebenden Kurven eingetragen (selbstverständlich unter Umwandlung der $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ in Sm'Etm.). Für den Kalifornischen Strom schließt sich der Wittingsche Ansatz $s = z\sqrt{r}$ den Beobachtungen besser an als der Mohnsche; beim Kanarenstrom scheinen die Abweichungen



Kalifornische Strömung.



Kanarenstrom.



Somalistrom.

Fig. 9.

von Wittings Ansatz zum mindesten ebenso gering zu sein wie diejenigen von Mohns Formel. Aber für den Somalistrom paßt die Formel $s = \lambda v$ sicherlich besser als $s = \varkappa \sqrt{v}$; hier sind jedoch auch die Windstärken gleichzeitig höher. Damit bestätigt sich die Angabe Wittings, daß in dem gesuchten Abhängigkeitsgesetz bei den Windstärken 3—4, d. i. etwa 5—6 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ eine sprunghafte Änderung zu bemerken sei; wir fanden bereits, wenn wir die Köppensche Umwandlung der Beaufortskala in $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ zugrunde legten, daß dann auch Wittings Berechnungen zu der Vermutung führen, von Windstärke III—IV an wäre der Mohnsche Ansatz mit den Beobachtungen in besserer Übereinstimmung (s. S. 6).

Beschränken wir uns auf beide angeführte Möglichkeiten, da andere Ansätze, $s = c v^2$ u. a., die versucht wurden, größere Fehler liefern, so läßt sich zusammenfassend sagen:

Bis Windstärke 3—4 Bft. $\left(5\text{—}6 \frac{m}{sec}\right)$ *stellt die Formel* $s = \varkappa \sqrt{v}$, *für größere Windstärken die Formel* $s = \lambda v$ *den Vorgang annähernd am besten dar.*

Der Zahlenwert von λ für gemäßigte Breiten stimmt gut zu den früheren Beobachtungen. Wir fanden für

$40°$—$50°$ N-Br. . . . $\lambda = 1{,}57$,
Dinklage in $55°$ N-Br. . . . . $\lambda = 1{,}4$ (s. S. 5),
Witting in $60°$—$70°$ N-Br. . . . $\lambda = 1{,}7$ (s. S. 6),
Nansen in $78°$—$86°$ N-Br. . . . $\lambda = 1{,}9$ (s. S. 9, *zu reduzieren auf etwa* 1,27, s. S. 53).

Dagegen weicht $\lambda = 3.18$, das wir für den Somalistrom fanden, von dem Werte Mohns für $20°$ N-Br. bis $10°$ S-Br., $\lambda = 4{,}94$ (S. 4) ab[1]). Aber einmal dürfen wir in der Nähe des Äquators selbst keine stationären Strömungen erwarten, und dann hat Mohn den Gesamtstrom nicht auf Tiefenstrom und Triftstrom verteilt. Machen wir, um zu einer ungefähren Abschätzung zu kommen, die Annahme, daß Tiefenstrom und Triftstrom gleich stark sind, wie es bei einer Küstenströmung der Fall sein müßte, wenn sie in der Windrichtung fließen soll trotz Ablenkung

[1]) Auch der Wert Gallés (s. S. 5), $\lambda = 4{,}54$ in den Breiten der Westwindtrift, erscheint bedeutend größer. Doch berücksichtigt Gallé nicht die wirkliche Windgeschwindigkeit, sondern nur die Windkomponente, die in die Stromrichtung fällt, wodurch der Wert von λ sich stark erhöht.

durch die Umdrehung der Erde, so kommen wir auf die Verteilung der Fig. 10. Sei $AB = r$ der beobachtete Oberflächenstrom in der Windrichtung, so läge der Triftstrom 45° rechts in der Richtung AC; soll der Tiefenstrom ebenso stark sein wie der Triftstrom, so muß $\triangle ABC$ gleichschenklig sein, und für den Triftstrom ergibt sich $y = \frac{r}{2}\sqrt{2}$; damit würde man erhalten $\lambda = 3{,}49$, einen Wert, der vom oben berechneten $\lambda = 3{,}18$ nicht so sehr verschieden wäre; gründet sich unsere Rechnung auch auf die immerhin etwas willkürliche Annahme, daß hier, in einem streifenförmigen Windgebiet (vgl. S. 37), ebenso wie an einer geraden Küste der Triftstrom dem Tiefenstrom gleich ist, so geht doch daraus hervor, daß unser Ergebnis mit demjenigen Mohns nicht unvereinbar ist. Weniger gut stimmt $\varkappa = 2{,}76$ (Kalifornischer Strom) zu dem von Witting gefundenen Werte.

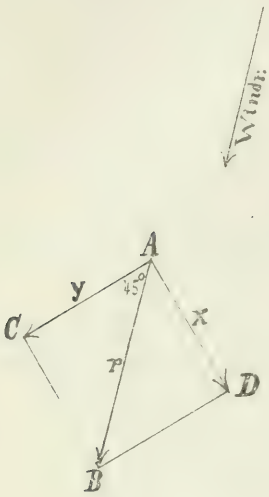


Fig. 10.

Nach der Ekmanschen Theorie soll die Geschwindigkeit eines Triftstroms bei gleichem Winde proportional zu $\frac{1}{\sqrt{\sin\varphi}}$ sein, wenn φ die geographische Breite bezeichnet (S. 14); danach müßten $\lambda\sqrt{\sin\varphi}$ und $\varkappa\sqrt{\sin\varphi}$ Konstanten sein. Nennen wir den nördlichen Grenzparallel jedes Gebietes $\overline{\varphi}$, den südlichen $\underline{\varphi}$, so ergibt sich:

Gebiet	$\lambda\sqrt{\sin\overline{\varphi}}$	$\lambda\sqrt{\sin\underline{\varphi}}$	$\varkappa\sqrt{\sin\overline{\varphi}}$	$\varkappa\sqrt{\sin\underline{\varphi}}$
Kalifornischer Strom . .	1,37	1,26	2,42	2.21
Kanarenstrom	1,68	0,99	3,09	1.82
Somalistrom	1,48	0,73	4,02	1.98

Daraus folgt als Mittelwert:

	$\lambda\sqrt{\sin\varphi}$	$\varkappa\sqrt{\sin\varphi}$
Kalifornischer Strom	1,32	2.32
Kanarenstrom	1,34	2,46
Somalistrom	1,11	3.00
Mittel . . .	1.26	2,59

Eine bessere Übereinstimmung können wir angesichts unseres Materials nicht erwarten. Die Ekmansche Theorie bestätigt sich also in dem fraglichen Punkte — immer in den Genauigkeitsgrenzen, die unser Material bietet:

Die Geschwindigkeit einer Triftströmung ist bei gleichem Winde umgekehrt proportional zu $\sqrt{\sin\varphi}$.

Wir können mathematisch unser Ergebnis so darstellen: *Bezeichnet* s *die Triftgeschwindigkeit in* $\frac{cm}{sec}$, v *die Windgeschwindigkeit in* $\frac{m}{sec}$, φ *die geographische Breite, so ist in erster Annäherung*

$$s = \frac{2{,}59\sqrt{v}}{\sqrt{\sin\varphi}} \quad \textit{für Windstärken bis etwa III Bft.,}$$

$$s = \frac{1{,}26\,v}{\sqrt{\sin\varphi}} \quad \textit{für Windstärken über III Bft.}$$

Bei III Bft. geben die Formeln annähernd denselben Wert. Die zweite Stelle hinterm Komma hat, wie immer, nur rechnerischen

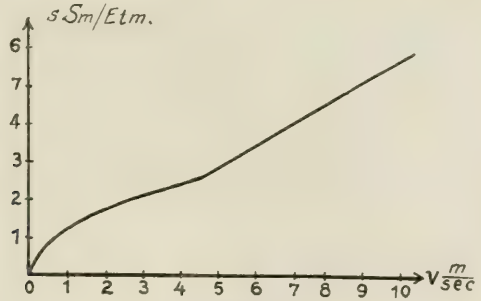


Fig. 11.

Wert. Fig. 11 veranschaulicht die Abhängigkeit von s (in Seemeilen umgerechnet) vom Winde v, für $\varphi = 90°$.

4. Reibungstiefe und Reibungskoeffizient.

In den erwähnten Abhandlungen versucht Ekman bereits, die Reibungstiefe wenigstens der Größenordnung nach abzuschätzen. Die Theorie gibt die Reibungstiefe

$$D = \pi \sqrt{\frac{\mu}{\varrho\,\omega\sin\varphi}},$$

wo μ den Reibungskoeffizienten, ϱ das spezifische Gewicht des Seewassers, ω die Winkelgeschwindigkeit der Erde und φ die

geographische Breite bezeichnet. Die Formel ist zur Berechnung von D wenig geeignet, da wir μ nicht genau genug messen können (vgl. S. 12). Wir hatten andrerseits

$$s = V_0 = \frac{T}{\sqrt{2\mu q \omega \sin \varphi}} \quad \text{(S. 14)},$$

wenn $s = V_0$ die Geschwindigkeit des reinen Triftstroms und T den Tangentialdruck des Windes in der Wasseroberfläche bedeutet. Durch Multiplikation ergibt sich

$$D \cdot s = \frac{\varepsilon T}{\sqrt{2 \cdot q \omega \sin \varphi}}.$$

und es kommt jetzt darauf an, T zu bestimmen. Ekman verwendet hierzu die Beobachtungen Coldings über die Sturmflut der Ostsee vom 12.—14. Nov. 1872[1]). Colding hatte, von theoretischen Erwägungen ausgehend, die Höhe einer durch Wind hervorgerufenen Aufstauung berechnet und die Formel gefunden:

$$v = (-)\,2579 \sqrt{\frac{l}{h}} H^{2}).$$

Darin bedeutet v die Windgeschwindigkeit in dänischen Fuß in der Sekunde, h die Stauhöhe, l die Länge des Meeresteils in der Windrichtung, H die Meerestiefe, alles in Fuß. Er legte dann zwölf Profile in Richtungen, die mit der Windrichtung den Winkel α einschlossen, so daß an Stelle von v in der obigen Formel $v \cos \alpha$ trat, und verglich die beobachteten und berechneten Werte von h. Zur Beurteilung des Genauigkeitsgrades der Formel sei z. B. das Profil „Libau-Bornholm“ angeführt:

v	α	h berechnet	h beobachtet	Unterschied
73	25°	4,1	4.2	0.1
78	14°	5,6	5,8	0,2
82	3°	6.3	6,5	0,2
85	13°	6,5	6,9	0,4
83	18°	5,9	6,3	0,4

Die Übereinstimmung ist also sehr gut. Allerdings rechnete Colding, indem er die Windschätzungen mit den Beobachtungen des Stock-

[1]) Colding, Nogle Undersøgelser over Stormen over Nord- og Mellem-Europa usw. in: Det Kongl. Danske Vid. Selsk. Skrifter. Kopenhagen. 1880—1885, Bd. 1, Nr. 4, S. 269 ff.

[2]) Colding, Fremstilling af Resultaterne af nogle Undersøgelse usw. in: Kongl. Danske Vid. Selsk. Skrifter. 5. Reihe. Bd. 11. Kopenhagen. 1880.

holmer Observatoriums verglich, jeden Beaufortgrad = 8 Fuß oder $2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$; das ergibt folgende Windskala

Beaufort	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Colding $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$	2.5	5,0	7,5	10,0	12.5	15.0	17.5	20.0	22.5	25.0
Köppen z. Vgl. $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$	1.7	3,1	4.8	6,7	8,8	10,7	12.9	15,4	18.0	21.0

Die Coldingschen Werte nähern sich für große Windgeschwindigkeiten aber den Köppenschen immer mehr, so daß es kaum nötig ist, die gerade für stürmische Winde berechnete Formel zu ändern; sie gilt dann nach der Theorie auch für kleinere Windgeschwindigkeiten. Rechnen wir die Formel in c-g-s-Einheiten um (1 dän. Fuß = 31.38 cm), setzen $\alpha = 0$ und nennen den Neigungswinkel der Wasseroberfläche γ, so wird

$$r = 14\,450\sqrt{H \cdot \sin\gamma}\,^{1}).$$

Aus $\sin\gamma$ berechnet Ekman den Tangentialdruck T des Windes folgendermaßen. Aus Problem b folgt, daß die Wirkung der Erdrotation auf den Anstau in einem geschlossenen Meere gering ist: das bestätigt sich auch durch die tatsächlich geringe Ablenkung des Druckgradienten von der Windrichtung, die Colding fand. In einem seichten Meere wie die Ostsee ist auch ihr Einfluß auf die Größe des Anstaus gering. Um diesen selbst zu berechnen, setzen wir in den Gleichungen (3)

---

[1]) Später hat Witting (in den Finnl. Hydrogr.-Biol. Unters., Nr. 2, Helsingfors, 1908, S. 242) eine andere Formel aufgestellt; er findet

$$h = c\,r\,L\cos(A + \beta_w).$$

wenn h die Höhe der Aufwehung, r die Windgeschwindigkeit in m/sec, L die Länge des betrachteten Profils, A den Winkel zwischen Profil und Windrichtung, β_w den (kleinen) Winkel zwischen Wind und Staugefälle bezeichnet. c ist eine Konstante, die wahrscheinlich aber noch von der Meerestiefe abhängt; sie schwankt zwischen 0,006 und 0,010. Für $\beta_w = 0$, $A = 0$ hätten wir

$$h = 0{,}008\,v\,L,$$

oder

$$v = 125\sin\gamma, \text{ oder in c-g-s-Einheiten}$$

$$v = 12\,500\sin\gamma.$$

Doch beruht dies stark abweichende Ergebnis zum großen Teil darauf, daß Witting die Beaufortskala anders umrechnet. Er setzt jeden Beaufortgrad = $3\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 u}{dz^2} + 2a^2 v &= 0 \\ \frac{d^2 v}{dz^2} - 2a^2 u + \frac{q g \sin\gamma}{\mu} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{(S. 17)}$$

$\omega = 0$, also $a = 0$, und haben

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = 0, \quad \frac{d^2 v}{dz^2} + \frac{q g \sin\gamma}{\mu} = 0,$$

wo g die Beschleunigung der Schwere, u, v die Geschwindigkeitskomponenten nach x und y sind. Dazu kommen die Grenzbedingungen:

$$u = v = 0 \text{ für } z = d,$$

wenn d die Meerestiefe ist und z senkrecht abwärts gerechnet wird, ferner

$$\left(\frac{du}{dz}\right) = 0, \quad \left(\frac{dv}{dz}\right) = -\frac{T}{\mu} \text{ für } z = 0.$$

Die Gleichungen geben:

$$u = c_1 z + c_2,$$

$$v = -\frac{1}{2}\frac{q g \sin\gamma}{\mu} z^2 + c_3 z + c_4;$$

bestimmt man die willkürlichen Konstanten c_1, c_2, c_3, c_4 mit den Grenzbedingungen und nennt die Oberflächengeschwindigkeiten u_0, v_0, so wird

$$u = u_0,$$

$$v = v_0 - \frac{1}{2}\frac{q g \sin\gamma}{\mu} z^2 - \frac{T}{\mu} z, \text{ wo}$$

$$u_0 = 0,$$

$$v_0 = \frac{1}{2}\frac{q g \sin\gamma}{\mu} \cdot d^2 + \frac{T}{\mu} d \text{ ist.}$$

Wenn der stationäre Zustand erreicht ist, muß die Gesamtstrommenge in irgend einer Richtung $= 0$ sein, also ist

$$\int_0^d v \, dz = 0, \text{ daraus}$$

$$\sin\gamma = \frac{3}{2} \cdot \frac{T}{q g d}.$$

Wir setzen diesen Wert in die Coldingsche Formel (S. 51)

$$v = 14\,450 \sqrt{d \cdot \sin\gamma}$$

ein, lösen sie nach T auf und erhalten, wenn wir $qg = 1000$ annehmen,

$$T = 0{,}000\,003\,20\,v^2.$$

Damit ist

$$D = \frac{\pi \cdot 0{,}000\,003\,20\,v^2}{s\sqrt{2 \cdot q\omega \cdot \sin\varphi}} \text{ (S. 50)};$$

hierin setzen wir den Wert von s (S. 49) ein und erhalten für $q = 1{,}025$:

$$D = \frac{3{,}67\,v\sqrt{v}}{\sqrt{\sin\varphi}} \text{ für Windstärken unter III Bft.,}$$

$$D = \frac{7{,}55\,v}{\sqrt{\sin\varphi}} \text{ für größere Windstärken,}$$

v und D in $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ und m gemessen.

Ekman benutzt bei seiner Berechnung das Mittel der Nansenschen Werte, $\lambda = 1{,}9$; er wendet darauf die Betrachtungen des Problems a an, daß dieser Wert aus Trift- und Tiefenstrom zusammengesetzt ist. Bei Nansen sind alle Windrichtungen ziemlich gleichmäßig berücksichtigt; Ekman denkt sich deshalb die Fig. 4, S. 22, für alle Windrichtungen entworfen und jedesmal die Resultante OB gezogen. Der Mittelwert aller dieser Resultanten

$$V \text{ ist} = 1{,}66\,V_0, \text{ wenn } V_0 = OA$$

den reinen Triftstrom bedeutet. Da die Küstenströmung nicht unendlich lang ist, wird in ihrer Richtung das Wasser sich stauen und den Tiefenstrom abschwächen, so daß Ekman abgerundet

$$V = 1{,}5\,V_0{}^{1})$$

setzt und mit diesem Werte

$$s = V_0 = \frac{1{,}27\,v}{\sqrt{\sin\varphi}}$$

erhält, v in $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ gerechnet. Damit wird

$$D = \frac{7{,}6\,v}{\sqrt{\sin\varphi}}{}^{2}),$$

eine Formel, die zu der unsrigen sehr gut stimmt. Die Reibungstiefe kann somit im Passat $\left(7\frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ und mehr}\right)$ auf 150 m und dar-

---

[1]) Hiermit erklärt sich die Kritik Krümmels in seinem Handbuch der Ozeanographie, Bd. II, 2. Aufl. 1911, S. 545.

[2]) Ekman, On the influence usf., S. 42, und
Ekman, Beiträge z. Theorie d. Meeresstr., Ann. d. Hydr. 1906, S. 539.

über wachsen, während sie in unseren Breiten bei etwa $5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ Wind weniger als 50 m beträgt, ein Ergebnis, das für die wiederholt erwähnten Strömungen der Ostsee wichtig ist.

Mit Hilfe der gewonnenen Formeln erhalten wir für den Reibungskoeffizienten μ (S. 15):

$$\mu = \frac{D^2 q \omega \sin \varphi}{\pi^2}.$$

also für kleinere Windstärken als III Bft:

$$\mu = 1{,}02\ v^3 \text{ c-g-s},$$

für größere

$$\mu = 4{,}3\ v^2 \text{ c-g-s},$$

wobei v in $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ einzusetzen ist. Es kann nicht überraschen, daß die „ozeanische Reibung" mit der Windgeschwindigkeit schnell zunimmt: denn der „virtuelle" Reibungskoeffizient μ hängt nach unserer Voraussetzung in erster Linie von der unregelmäßigen Wirbelbewegung ab, und diese wird mit zunehmendem Winde verstärkt. Bis zu welchem Grade wir uns auf die Formeln für s, D und μ verlassen können, wird vor allem aus Fig. 9, S. 46 ersichtlich.

5. Schlußbemerkung zur angewandten Umrechnung der Beaufortskala.

Von einer Voraussetzung, der eingeschlagenen Umrechnung der Beaufortgrade in $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, könnten wir uns vielleicht folgendermaßen freimachen: Colding setzte

$$v = 2{,}5\ n,$$

wenn n die Zahl der Beaufortgrade bedeutet; damit ergibt sich für

$$T = 0{,}000\,003\,20\ v^2 \text{ (S. 53)}$$

auch $T = 0{,}000\,020\ n^2$ usf.

Die ***Köppensche Skala*** (s. Anm. S. 4) *läßt sich annähernd durch die Formel*

$$v = 1{,}43\ n + 0{,}062\ n^2$$

darstellen:

Beaufort	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Köppen $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$	1.7	3.1	4,8	6.7	8,8	10.7	12,9	15,4	18,0	(21,0)
$1.43\,n + 0{,}062\,n^2$	1.5	3.1	4,9	6.7	8,7	10.8	13.1	15.4	17,9	21,0

Die Abweichungen erreichen, abgesehen von Windstärke I, noch nicht 2,1% und bleiben wohl unter Köppens Fehlergrenze. Damit wäre für Windstärken unter III Beaufort

$$s = \frac{2{,}59 \cdot \sqrt{1{,}43\,n}\sqrt{1 + 0{,}0434\,n}}{\sqrt{\sin\varphi}} = \frac{3{,}10\sqrt{n}\cdot(1 + 0{,}022\,n)}{\sqrt{\sin\varphi}},$$

und für größere Windstärken

$$s = \frac{1{,}26 \cdot (1{,}43\,n + 0{,}062\,n^2)}{\sqrt{\sin\varphi}} = \frac{1{,}80\,n\,(1 + 0{,}043\,n)}{\sqrt{\sin\varphi}}.$$

Unsere zweite Hauptfrage nach der Abhängigkeit des Triftstroms von der geographischen Breite wird dadurch nicht berührt. Zu ihrer umfassenden Beantwortung ist vielmehr notwendig, daß Strommessungen in der Tiefe des Weltmeeres, wie sie auf der Deutschen Antarktischen Expedition in größerer Anzahl gelungen sind, in großem Maßstabe systematisch durchgeführt werden.

Inhalt.

Seite

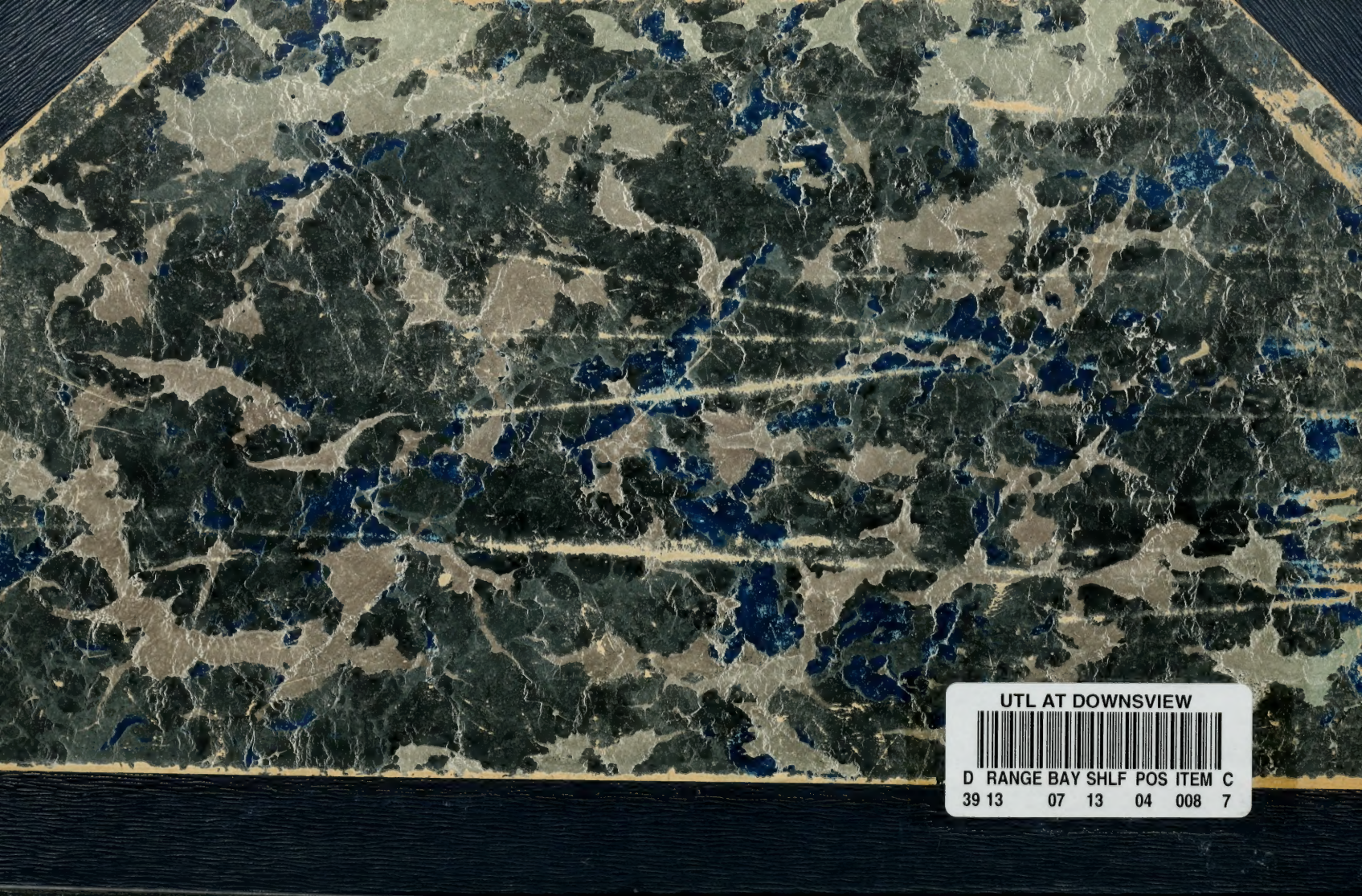
I. Die bisherige Entwicklung der Frage 3
II. Aus der Ekmanschen Theorie 10
1. Strömungen ohne äußere Kräfte 10
2. Die beiden Probleme Ekmans 11
3. Reine Triftströme im allseitig unendlichen Ozean 11
4. Einige der bisherigen Voraussetzungen können fallen 16
a) Endliche Tiefe; b) Anderes Reibungsgesetz
5. Reine Stauströme 17
6. Ekmans Problem a 20
7. Ekmans Problem b 22
8. Entwicklung des stationären Zustandes aus dem Ruhezustande 23
a) Reine Triftströme; b) Reine Stauströme; c) Strömungen an einer geraden Küste
9. Zur Kritik der Ekmanschen Theorie 33
III. Berechnung von Triftströmungen nach Ekmans Theorie 37
1. Methodisches 37
2. Drei Küstenströmungen 40
a) Kalifornische Strömung; b) Kanarenstrom; c) Somalistrom
3. Ergebnisse 45
4. Reibungstiefe und Reibungskoeffizient 49
5. Schlußbemerkung zur angewandten Umrechnung der Beaufortskala . . 54

GC
231
T46

Thorade, Hermann
Die Geschwindigkeit von
Triftströmungen

PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY


UTL AT DOWNSVIEW
D RANGE BAY SHLF POS ITEM C
39 13 07 13 04 008 7